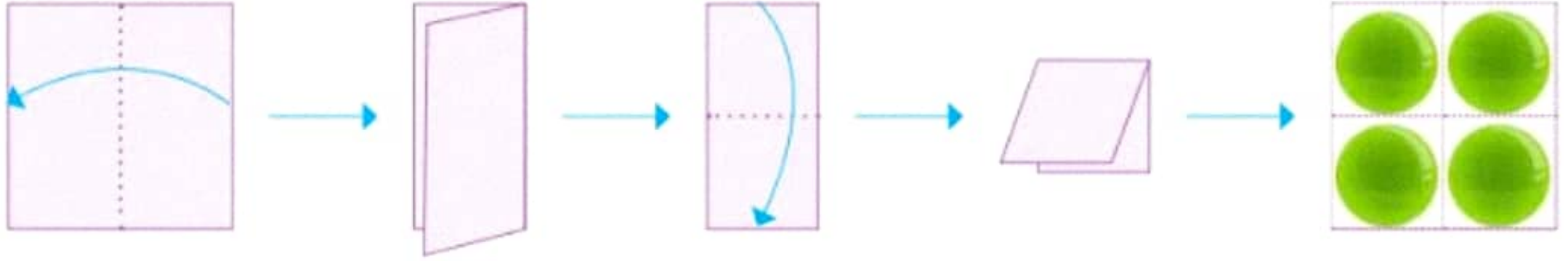


আজকের অধ্যায়ে আমরা অজানা রাশির সূচক, গুণ ও তাদের প্রয়োগ সংবলিত সমস্যা বা কাজ এর সমাধান করব। এই অধ্যায়ে বিভিন্ন বিষয় নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে এবং সেই সম্পর্কিত বিভিন্ন কাজ এর সমাধান এখানে সন্নিবেশিত করেছি।

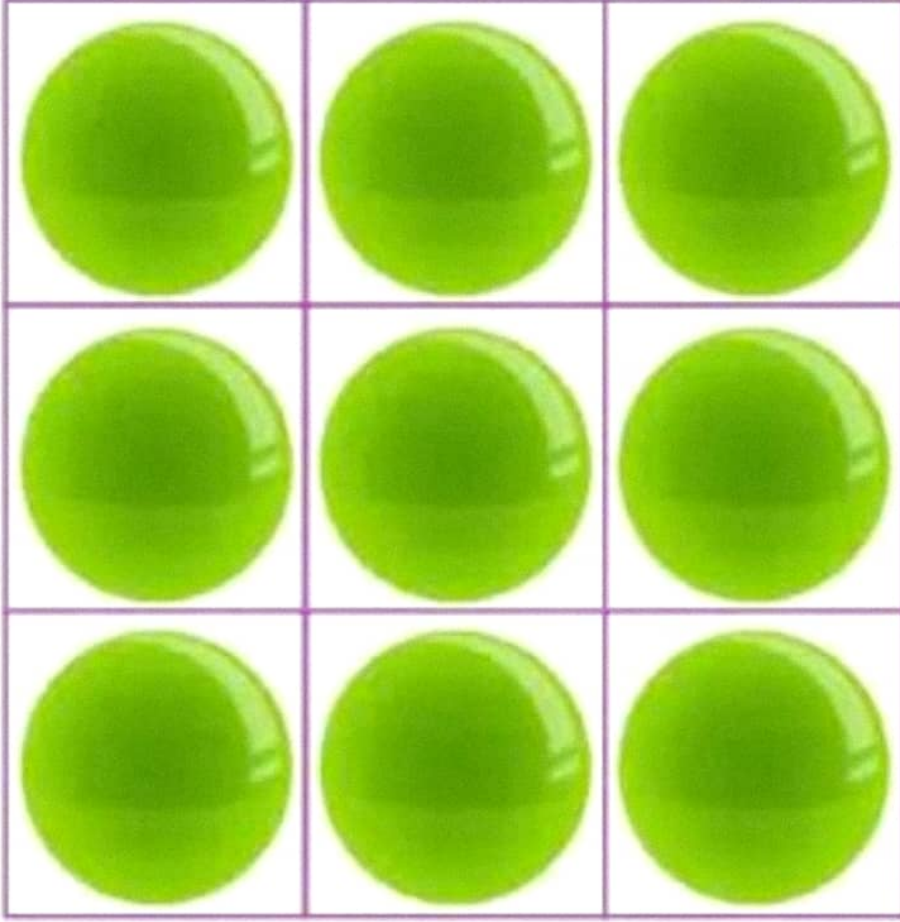
সূচক [Exponent]

সূচক বা exponent বোঝার জন্য পাঠ্যবইয়ে প্রথমে যে বিষয়টি আলোচনা করা হয়েছে তার হলোঃ বর্গ চিনি। চলো আমরা একটি বর্গাকার কাগজ নিই। [বর্গ একটি আয়ত, যার বাহুগুলো পরস্পর সমান]। চিত্রের মত করে কাগজটিকে পরপর দুইবার (একবার দৈর্ঘ্য বরাবর ও একবার প্রস্থ বরাবর) সমান অংশে ভাঁজ করি। এবার কাগজটি খোলার পর যে কয়টা ছোট ঘর হলো প্রতি ঘরে একটি করে মার্বেল রাখি। মোট কয়টি মার্বেল প্রয়োজন হলো?



শিখনঃ একইভাবে আরেকটি বর্গাকার কাগজকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান তিনটি অংশে পরপর ভাঁজ করি। তোমাদের সুবিধার জন্য ভাঁজ বরাবর কাগজে স্কেলের দাগ দিয়ে ঘর করে নিতে পারো। এবার প্রতি ছোট ঘরে একটি মার্বেল বসালে কয়টি মার্বেল লাগবে?

সমাধানঃ



বর্গাকার কাগজটিকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান তিনটি অংশে পরপর ভাঁজ করলে কাজটিতে প্রতি সারিতে ৩টি করে ছোট বর্গ বা ঘর পাওয়া যায় এবং মোট সারির সংখ্যা হয় ৩টি।

তাহলে, মোট ছোট ঘরের সংখ্যা = ৩×৩ টি = $৩^২$ টি = ৯ = টি।

অর্থাৎ, ছোট ঘরে একটি করে মার্বেল বসালে মার্বেল লাগবে ৯টি।

শিখনঃ একই ভাবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান চারটি, পাঁচটি, ছয়টি ও সাতটি করে ভাঁজের জন্য কয়টি মার্বেল লাগে তা দিয়ে নিচের ছকটি পূরণ করো।
(পাঠ্যবইয়ের ছকঃ ১.১)

সমাধানঃ

সূত্রঃ বর্গাকার কাগজকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান যত অংশে ভাঁজ করা হবে ঠিক ততো অংশে বর্গের সমান ছোট বর্গ বা ঘর পাওয়া যাবে।

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশ সংখ্যা	মার্বেল সংখ্যা	দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশ সংখ্যা	মার্বেল সংখ্যা
2	4	5	25
3	9	6	36
4	16	7	49

একক কাজঃ এখন কাগজটিকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ৮
ভাঁজ করে দাগ টেনে দেখো ঘর সংখ্যা কত হয়?

সমাধানঃ ভাঁজ করে স্কেল দিয়ে দাগ টেনে নিজে চেষ্টা
করো।










শিখনঃ একটি বর্গাকার কাগজকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশে ভাঁজ করে মার্বেল বসানোর খেলার মাধ্যমে কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা এবং কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয় যাচাই করো।

সমাধানঃ

তোমরা কাগজ ভাঁজের খেলার মাধ্যমে কোনটি পূর্ণবর্গ বা পূর্ণবর্গ নয় তা যাচাই করবে। আমরা নিচের ছকে প্রদত্ত যাচাই করণের ফলাফল পূর্ণবর্গ হলে \checkmark এবং পূর্ণবর্গ না হলে X চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করে দেখালাম।

সংখ্যা	2	5	7	82	36	45	81	56	12
সংখ্যাটি কি পূর্ণবর্গ?	X.	X.	X.	X.	\checkmark	X.	\checkmark	X.	X.

দলগত কাজঃ আমরা বর্গসংখ্যা কোনগুলো চিনলাম।
এবার তোমাদের ক্লাস রোলের শেষ অঙ্ক অনুযায়ী দাঁড়িয়ে
১০ টি সারি করো। এখন তোমরা নিজেদের মধ্যে সারির
পরিবর্তন করে বর্গসংখ্যার সমান করে একেকটি সারি
বানাও।

রোলের শেষ অঙ্ক	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
										

সমাধানঃ

এখানে, এখানে শেষ সারিতে ৯ জন শিক্ষার্থী আছে।

$৯ = ৩ \times ৩ = ৩^২$ অর্থাৎ ৯ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

তাহলে, ৮ জনের সারিতে ১ জনের সারীর শিক্ষার্থী যোগ দিলে মোট ৯ জন হবে এবং ৯ পূর্ণবর্গ বলে নতুন সারিটি প্রদত্ত শর্ত পূরন করবে।

এভাবে,

৭ জনের সারিতে ২ জনের সারির শিক্ষার্থী, ৬ জনের সারিতে ৩ জনের সারির সকলে, ৫ জনের সারিতে ৪ জনের সারির সকলে যোগ দিয়ে ৯ জন করে নতুন সারি গঠন করবে।

শিখন ফলাফলঃ

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ

বর্গও একটি আয়তক্ষেত্র যা দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।

অতএব বর্গের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times দৈর্ঘ্য = (দৈর্ঘ্য)^২ = x^2



ঘনকঃ

একক কাজঃ তিনটি ও চারটি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাও এবং কয়টি ছোট ঘনক লাগে দেখো।

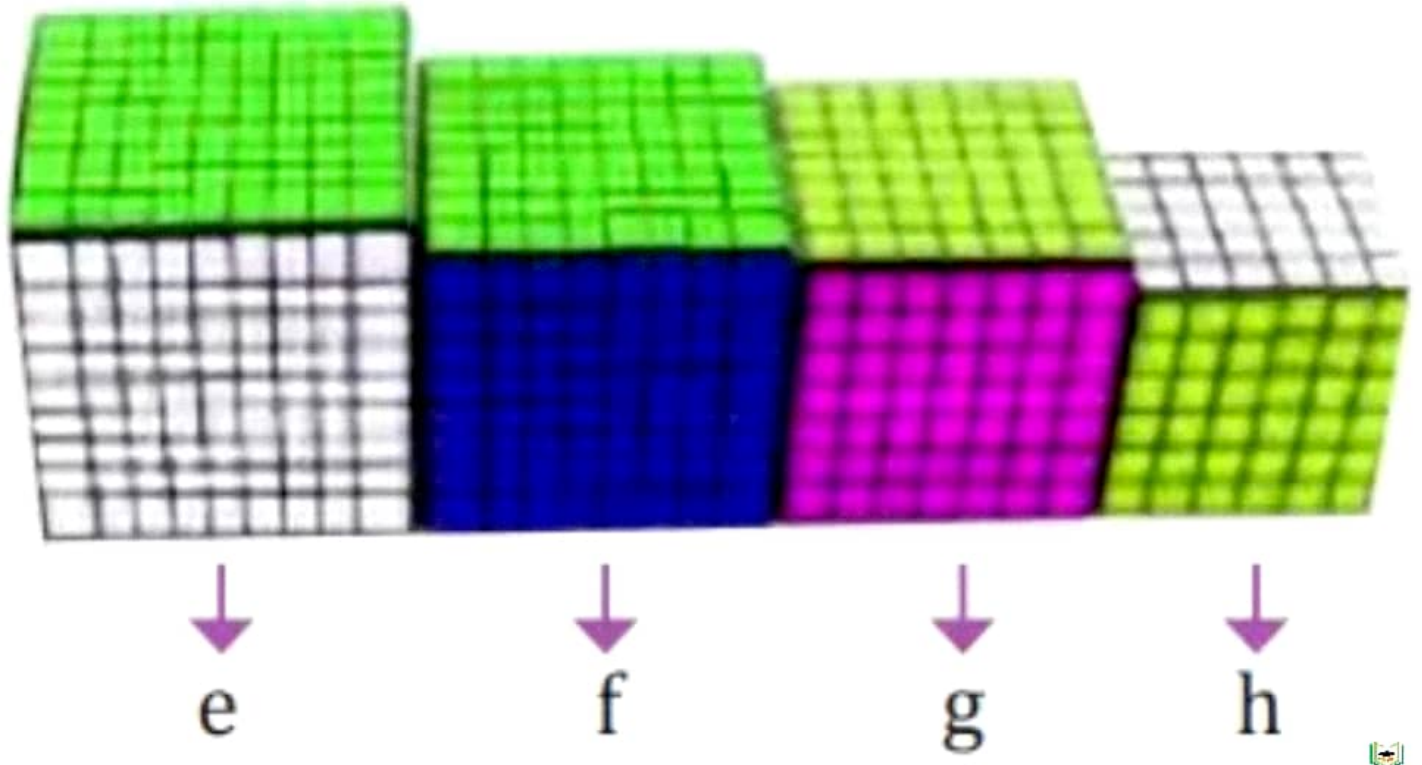
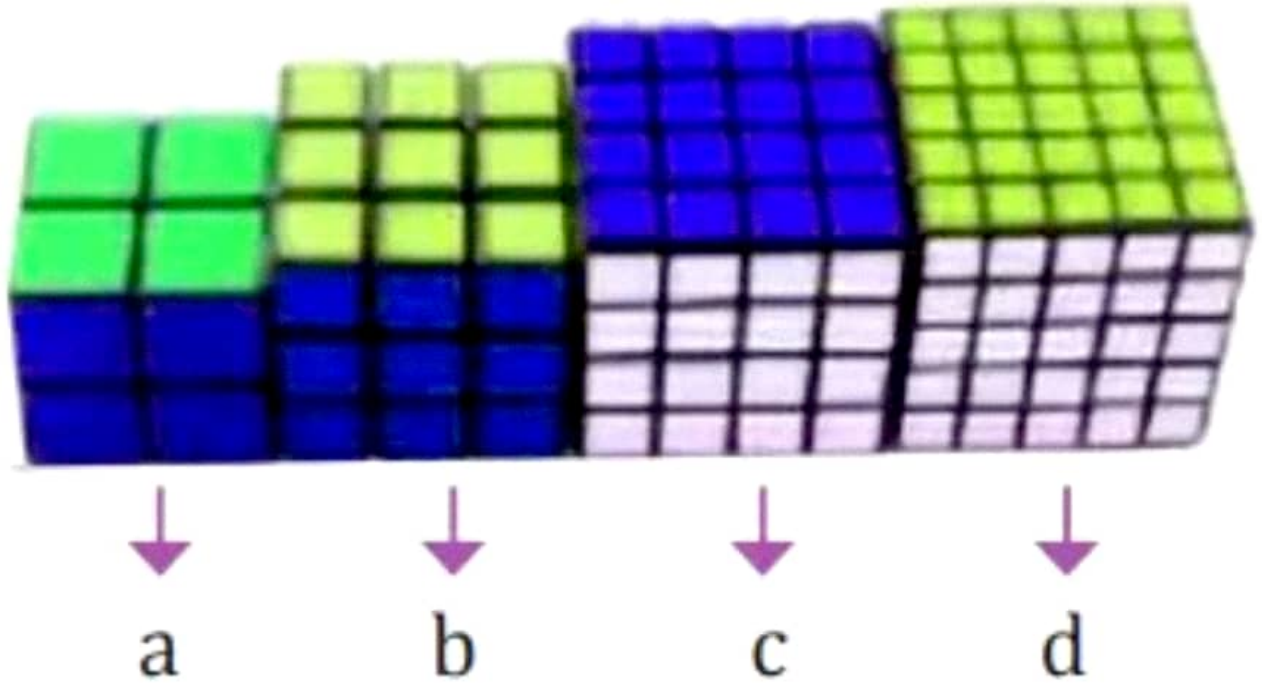
সমাধানঃ

৩টি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাতে ছোট ঘনক লাগবে = $৩ \times ৩ \times ৩ = ৩^৩ = ২৭$ টি।

৪টি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাতে ছোট ঘনক লাগবে = $৪ \times ৪ \times ৪ = ৪^৩ = ৬৪$ টি।



শিখনঃ ছবির প্রতিটি রুবিৰু কিউব তৈরি করতে মোট কতগুলো ছোট ঘনক প্রয়োজন হয়েছে তা নির্ণয় করে ছক ৫.১ পূরণ করো।



সমাধানঃ

ছক ৫.১

রুবিক্স কিউব	দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর ছোট ঘনক সংখ্যা	মোট কতগুলো ছোট ঘনক প্রয়োজন
a	2	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
b	3	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$
c	4	$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$
d	5	$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$
e	9	$9 \times 9 \times 9 = 9^3 = 729$
f		$8 \times 8 \times 8 = 8^3 = 512$
g		$7 \times 7 \times 7 = 7^3 = 343$
h		$6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$

একক কাজঃ নিচের টেবিলটি পূরণ করোঃ

বরাবর একই সংখ্যা বা রাশির গুণ	ভিত্তি	সূচক	শক্তি বা ঘাত	মান
2.2.2.2.2	2	5	2^5	32
X.X.X.X				
4.4.4				
	5	3		
			6^2	



সমাধানঃ

বরাবর একই সংখ্যা বা রাশির গুণ	ভিত্তি	সূচক	শক্তি বা ঘাত	মান
2.2.2.2.2	2	5	2^5	32
X.X.X.X	X	4	X^4	X^4
4.4.4	4	3	4^3	64
5.5.5	5	3	5^3	125
6.6	6	2	6^2	36



একক কাজঃ

সূচকের গুণ এবং ভাগের নিয়ম অনুযায়ী নিচের রাশিগুলোকে সরল করো।

$$1) 3^2 \times 9^2$$

$$2) 5^3 \times 25^{-2}$$

$$3) \frac{s^{13}}{s^5}$$

$$4) \frac{s^{13}t^{-4}}{s^5t^{14}}$$

$$5) \frac{2s^{13}t^{-4}}{4s^5t^{-14}}$$

সমাধানঃ

1)

$$3^2 \times 9^2$$

$$= 3^3 \times (3^2)^2$$

$$= 3^2 \times 3^4$$

$$= 3^{2+4}$$

$$= 3^6$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 729$$



2)

$$5^3 \times 25^{-2}$$

$$= 5^3 \times (5^2)^{-2}$$

$$= 5^3 \times 5^{-4}$$

$$= 5^{-1}$$

$$= 1/5$$

3)

$$s^{13}$$

$$s^5$$

$$= s^{13-5}$$

$$= s^8$$

4)

$$\frac{s^{13}t^{-4}}{s^5t^{14}}$$
$$= s^{13-5} \cdot t^{-4-14}$$

$$= s^8 \cdot t^{-18}$$

$$= \frac{s^8}{t^{18}}$$

5)

$$\frac{2s^{13}t^{-4}}{4s^5t^{-14}}$$
$$= \frac{2s^{13}t^{-4}}{2^2s^5t^{-14}}$$
$$= 2^{1-2} \cdot s^{13-5} \cdot t^{-4+14}$$

$$= 2^{-1} \cdot s^8 \cdot t^{10}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot s^8 \cdot t^{10}$$



একক কাজঃ

সূচকের গুণ ও ভাগের নিয়ম অনুসারে সরল করোঃ

১. $(5^2)^3$

২. $(a^{-4})^3$

৩. $(3^3a^{-5}b^3)^3$

৪. $\left(\frac{s^5}{3^4}\right)^3$ ৫. $\left(\frac{st^7}{rt^3}\right)^3$



সমাধানঃ

১.

$$(5^2)^3$$

$$= 5^{2 \times 3}$$

$$= 5^6$$

২.

$$(a^{-4})^3$$

$$= a^{-4 \times 3}$$

$$= a^{-12}$$

৩.

$$(3^3 a^{-5} b^3)^3$$

$$= 3^{3 \times 3} a^{-5 \times 3} b^{3 \times 3}$$

$$= 3^9 a^{-15} \cdot b^9$$

$$8. \left(\frac{s^5}{3^4} \right)^3$$

$$s^{5 \times 3}$$
$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$3^{4 \times 3}$$

$$s^{15}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$3^{12}$$

$$9. \left(\frac{st^7}{rt^3} \right)^3$$

$$st^{7 \times 3}$$
$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$rt^{3 \times 3}$$

$$s^3 \cdot t^{21}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$r^3 \cdot t^9$$

$$s^3 \cdot t^{21-9}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$r^3$$

$$s^3 \cdot t^{12}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

$$r^3$$



একক কাজঃ

$x=0$ হলে, x^0 এর মান কী হবে?

সমাধানঃ

x^0 এর কী হবে এর জন্য আমরা একটি রাশি ধরি যা নিম্নরূপঃ

$$\frac{x^4}{x^4}$$

এখন এই রাশির মান = 1 কারন x^4 কে x^4 দ্বারা ভাগ করলে অর্থাৎ একই সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 1 হয়।

তাহলে, উক্ত রাশি = $x^{4-4} = x^0 = 1$

আবার,

$$\frac{x^4}{0} = \frac{0}{0}$$

কিন্তু আমরা জানি, $0/0$ অসম্ভব বা হতে পারে না।

$x=0$ হলে, x^0 এর অসম্ভব কিন্তু $x^0 = 1$ হলে $x \neq 0$



একক কাজঃ সূচকের শূন্য বিধি (zero exponent),
ঋণাত্মক সূচক (negative exponent) বিধি অনুসারে
নিচের রাশিগুলোকে সরল করো।

$(2a^{-2}b)^0$	$y^{-2} \cdot y^{-4}$	$(a^{-5})^{-1}$	$s^{-2} \times 4s^{-7}$
$(3X^{-2}Y^{-3})^{-4}$	$(S^2T^{-4})^0$	$\left(\frac{2^{-2}}{x}\right)^{-1}$	$\left(\frac{3^9}{3^{-5}}\right)^{-2}$
$\left(\frac{s^2t^{-2}}{s^4t^4}\right)^{-2}$	$\frac{36a^{-5}}{4a^5b^5}$	$\frac{a^6b^7c^0}{a^5c^6}$	$\frac{a^{-6}b^7c^0}{a^5c^{-6}}$



সমাধানঃ

$$(2a^{-2}b)^0$$

$$= 2^0 \times a^{-2 \times 0} \cdot b^0$$

$$= 1 \cdot a^0 \cdot 1$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= 1$$

$$y^{-2} \cdot y^{-4}$$

$$= y^{-2-4}$$

$$= y^{-6}$$

$$(a^{-5})^{-1}$$

$$= a^{-5 \times -1}$$

$$= a^5$$



$$s^{-2} \times 4s^{-7}$$

$$= 4 \cdot s^{-2-7}$$

$$= 4s^{-9}$$

$$= \frac{4}{s^9}$$

$$(3x^{-2}y^{-3})^{-4}$$

$$= 3^{1 \times -4} \cdot x^{-2 \times -4} \cdot y^{-3 \times -4}$$

$$= 3^{-3} \cdot x^8 \cdot y^{12}$$

$$(S^2T^{-4})^0$$

$$= S^{2 \times 0} \cdot T^{-4 \times 0}$$

$$= S^0 \cdot T^0$$

$$= 1 \cdot 1$$

$$= 1$$



$$(2^{-2}/x)^{-1}$$

$$= \frac{2^{-2 \times -1}}{x^{-1}}$$

$$= \frac{2^2}{1/x}$$

$$= 2^2 x$$

$$= 4x$$



$$(3^9/3^{-5})^{-2}$$

$$= \frac{(3^9)^{-2}}{(3^{-5})^{-2}}$$

$$= \frac{3^{9 \times -2}}{3^{-5 \times -2}}$$

$$= \frac{3^{-18}}{3^{10}}$$
$$= 3^{-18-10}$$

$$= 3^{-28}$$

$$= \frac{1}{3^{28}}$$



$$(s^2t^{-2}/s^4t^4)^{-2}$$

$$\frac{s^{2 \times -2} \cdot t^{-2 \times -2}}{s^{4 \times -2} \cdot t^{4 \times -2}}$$

$$\frac{s^{-4} \cdot t^4}{s^{-8} \cdot t^{-8}}$$
$$= s^{-4+8} \cdot t^{4+8}$$

$$= s^4t^{12}$$

$$36a^{-5}$$

$$4a^5b^5$$

$$\frac{9 \cdot a^{-5-5}}{b^5}$$

$$\frac{9 \cdot a^{-10}}{b^5}$$

$$= \frac{9}{a^{10}b^5}$$



$$a^6 b^7 c^0$$

$$a^5 c^6$$

$$= a^{6-5} b^7 c^{0-6}$$

$$= a^1 b^7 c^{-6}$$

$$ab^7$$

= -----

$$c^6$$

$$a^{-6} b^7 c^0$$

$$a^5 c^{-6}$$

$$= a^{-6+5} b^7 c^{0+6}$$

$$= a^{-1} b^7 c^6$$

$$b^7 c^6$$

= -----

$$a$$

বীজগণিতীয় রাশির গুণ (Algebraic Multiplication)

সাধারণ গুণ আর বীজগণিতীয় রাশির গুণ এর মধ্যে একটু ভিন্নতা আছে। বীজগণিতে গুণের ক্ষেত্রে আমরা সংখ্যার আগে অবস্থিত চিহ্নেরও গুণ করে থাকি যা নিম্নোক্ত সিদ্ধান্ত অনুসারে করা হয়।

1. $(+1).(+1)=+1$

2. $(+1).(-1)=-1$

3. $(-1).(+1)=-1$

4. $(-1).(-1)=+1$

লক্ষ করি:

একই চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (+) চিহ্নযুক্ত হবে।

বিপরীত চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (-) চিহ্নযুক্ত হবে।

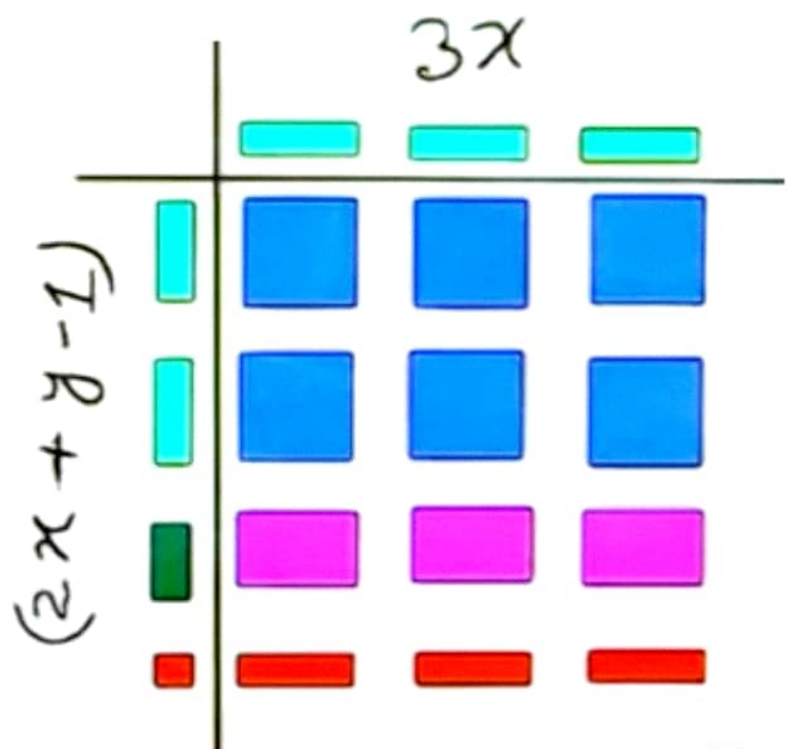
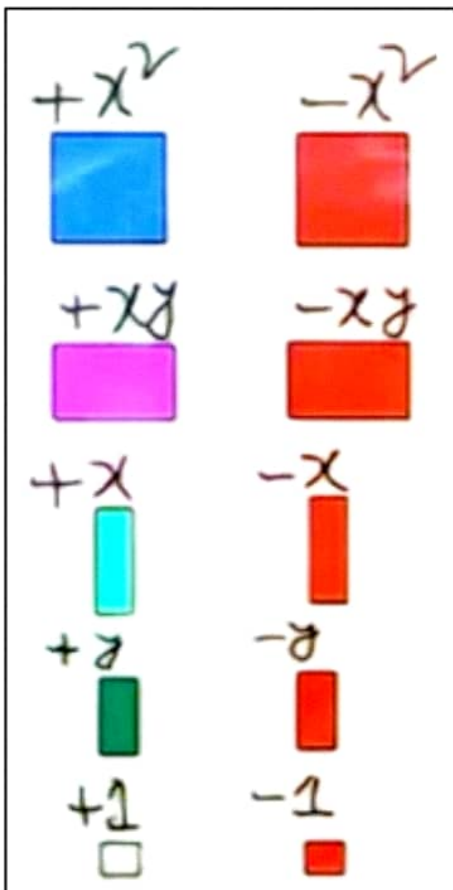
কাগজ কেটে গুণ

একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করোঃ $2x+y-1$, $3x$

সমাধানঃ

(১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+1$, -1 , $+y$, $-y$, $+x$, $-x$, $+xy$, $-xy$, $+x^2$ ও $-x^2$ এর জন্য টাইলস বানাই।

(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $2x+y-1$ এবং সারি বরাবর $3x$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। অতপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয় ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।



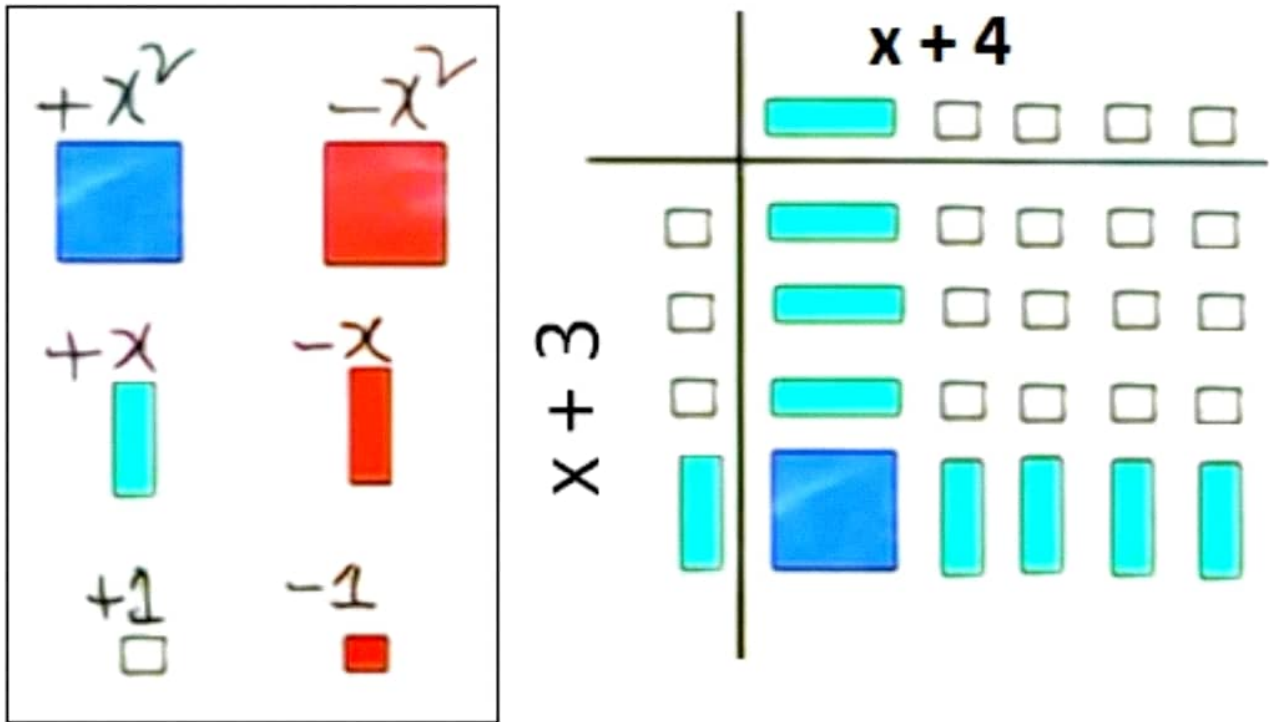
(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি।
যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই = $6x^2 + 3xy - 3y$

অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $6x^2 + 3xy - 3x$

একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করোঃ $(x+3)(x+4)$

(১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+1$, -1 , $+x$, $-x$, $+x^2$ ও $-x^2$ এর জন্য টাইলস বানাই।

(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $x+3$ এবং সারি বরাবর $x+4$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। অতপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয় ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।



(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি।
যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই $= x^2 + 7x + 12$

অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $x^2 + 7x + 12$

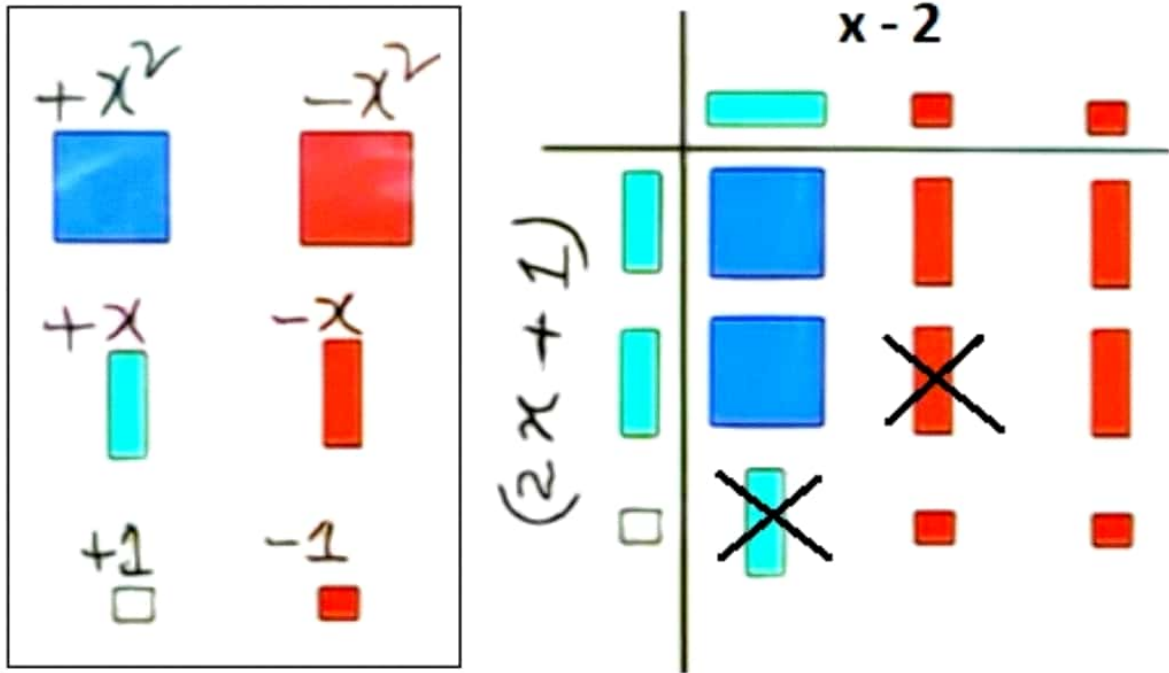


একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করো $(2x+1)(x-2)$

সমাধানঃ

(১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+1$, -1 , $+x$, $-x$, $+x^2$ ও $-x^2$ এর জন্য টাইলস বানাই।

(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $2x+1$ এবং সারি বরাবর $x-2$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। অতপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয় ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।



(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি (বিপরিত চিহ্নযুক্ত একই টাইলস ক্রস দিয়ে বাদ দেই)।

যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই = $2x^2 - 3x - 2$

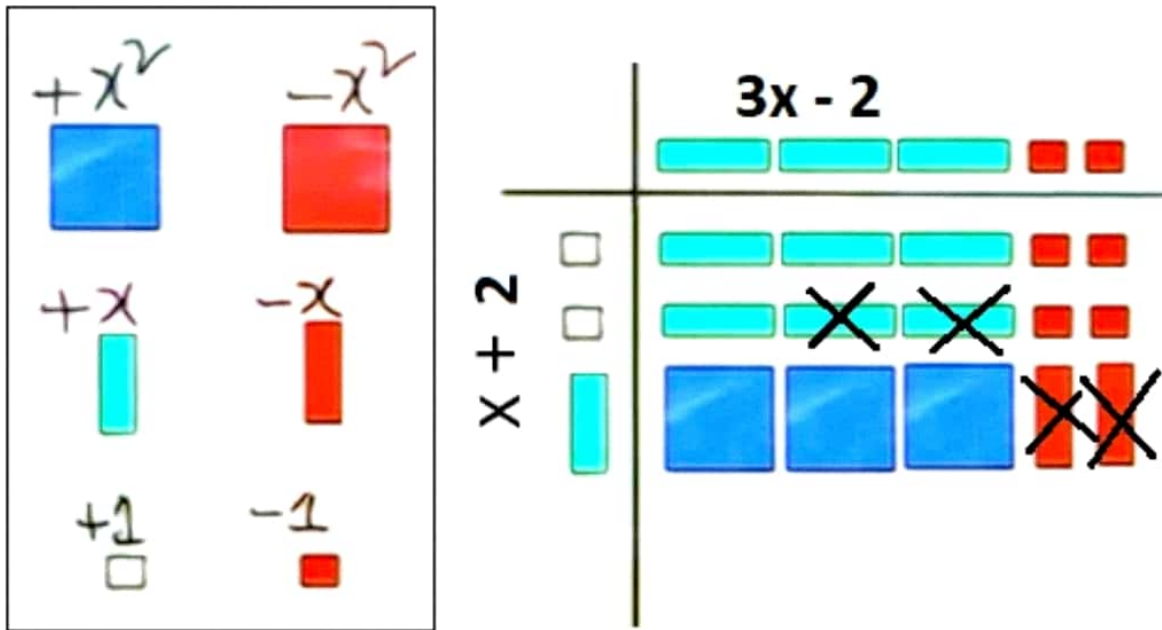
অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $2x^2 - 3x - 2$

১. কাগজ কেটে গুণফল নির্ণয় করোঃ $(x+2)(3x-2)$

সমাধানঃ

(ক) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+1$, -1 , $+x$, $-x$, $+x^2$ ও $-x^2$ এর জন্য টাইলস বানাই।

(খ) এবার কাগজে কলাম বরাবর $x+2$ এবং সারি বরাবর $3x-2$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। অতপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয় ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।

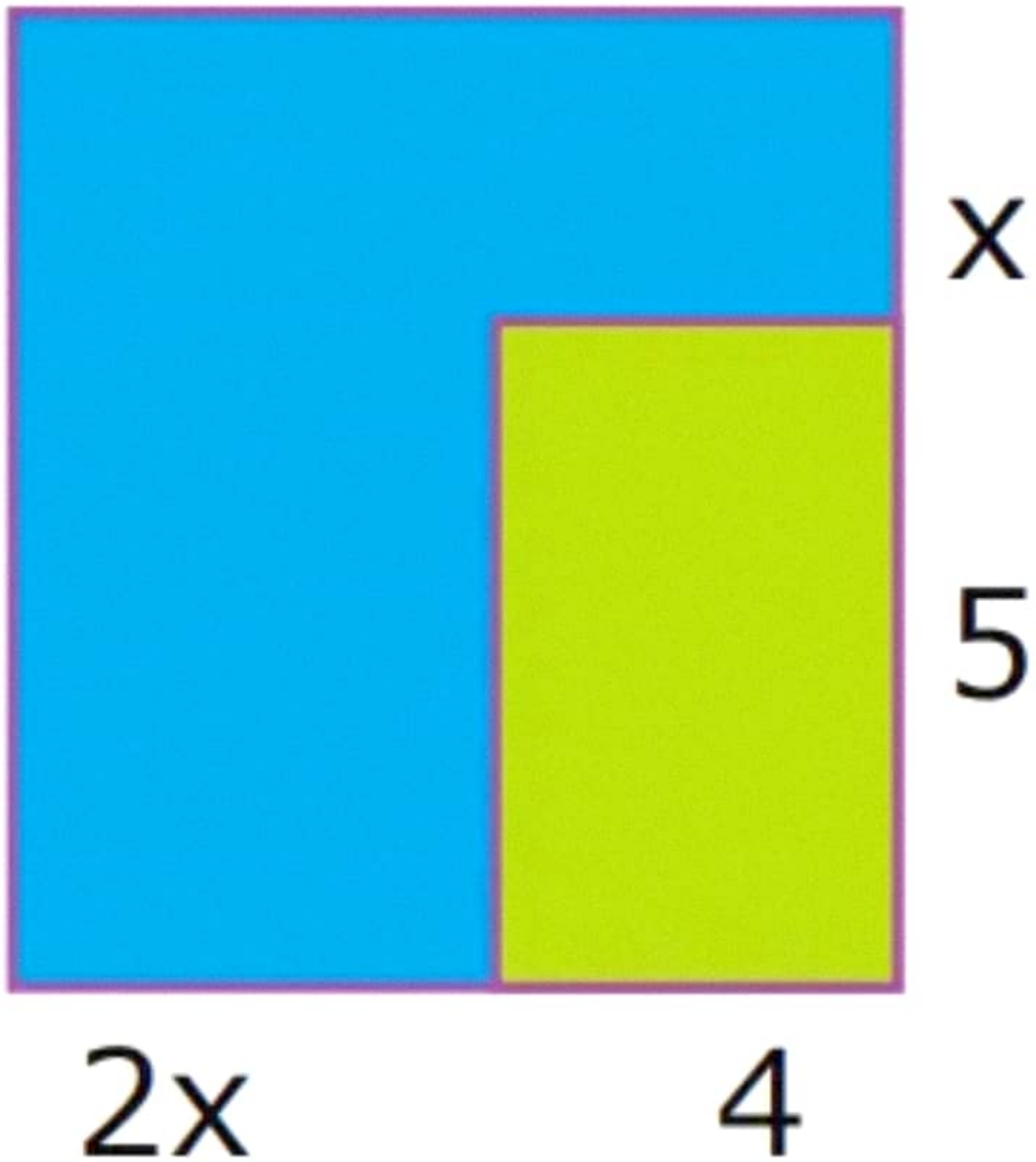


(গ) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি (বিপরিত চিহ্নযুক্ত একই টাইলস ক্রস দিয়ে বাদ দেই)।

যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই = $3x^2 + 4x - 4$

অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $3x^2 + 4x - 4$

২. নিচের চিত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো:



সমাধানঃ

নিচের চিত্রের দৈর্ঘ্য = $2x+4$ এবং প্রস্থ = $x+5$

অতএব,

চিত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= (2x+4)(x+5)$$

$$= 2x^2+4x+10x+20$$

$$= 2x^2+14x+20$$



৩. সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় করোঃ

I. $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$

II. $(a+1)(a-1)(a^2+1)$

III. $(x^2+xy+y^2)(x-y)$

সমাধানঃ

I. $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$

$= (x^2-y^2)(x^2+y^2)$ [$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ সূত্র অনুসারে]

$= (x^2)^2-(y^2)^2$

$= x^4-y^4$



$$\text{II. } (a+1)(a-1)(a^2+1)$$

$$= (a^2-1^2)(a^2+1)$$

$$= (a^2-1^2)(a^2+1^2)$$

$$= (a^2)^2-(1^2)^2$$

$$= a^4-1^4$$

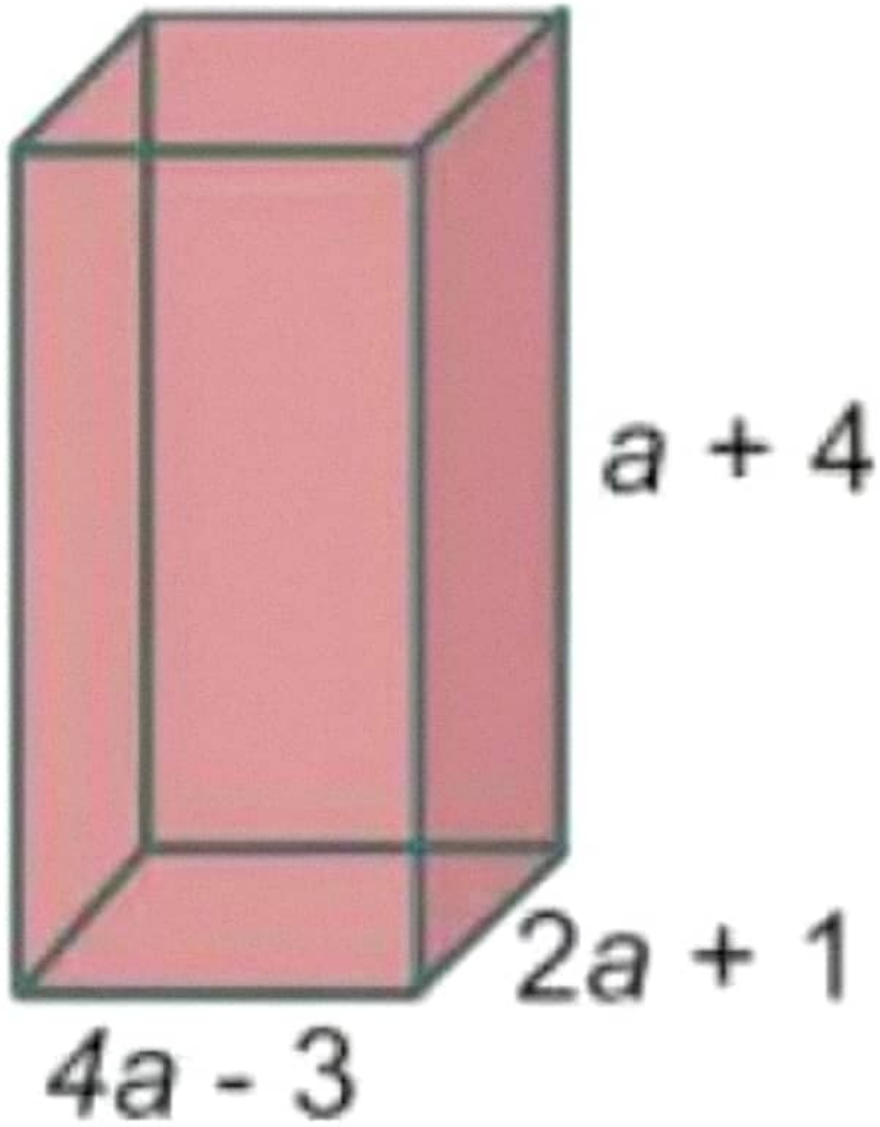
$$= a^4 - 1$$

$$\text{III. } (x^2+xy+y^2)(x-y)$$

$$= (x-y)(x^2+xy+y^2)$$

$$= x^3-y^3$$

8. নিচের চিত্রের আয়তন নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

চিত্র হতে পাই,

$$\text{এর দৈর্ঘ্য} = 4a-3$$

$$\text{প্রস্থ} = 2a+1$$

$$\text{উচ্চতা} = a+4$$

অতএব,

চিত্রটির আয়তন

$$= (4a-3)(2a+1)(a+4)$$

$$= (8a^2-6a+4a-3)(a+4)$$

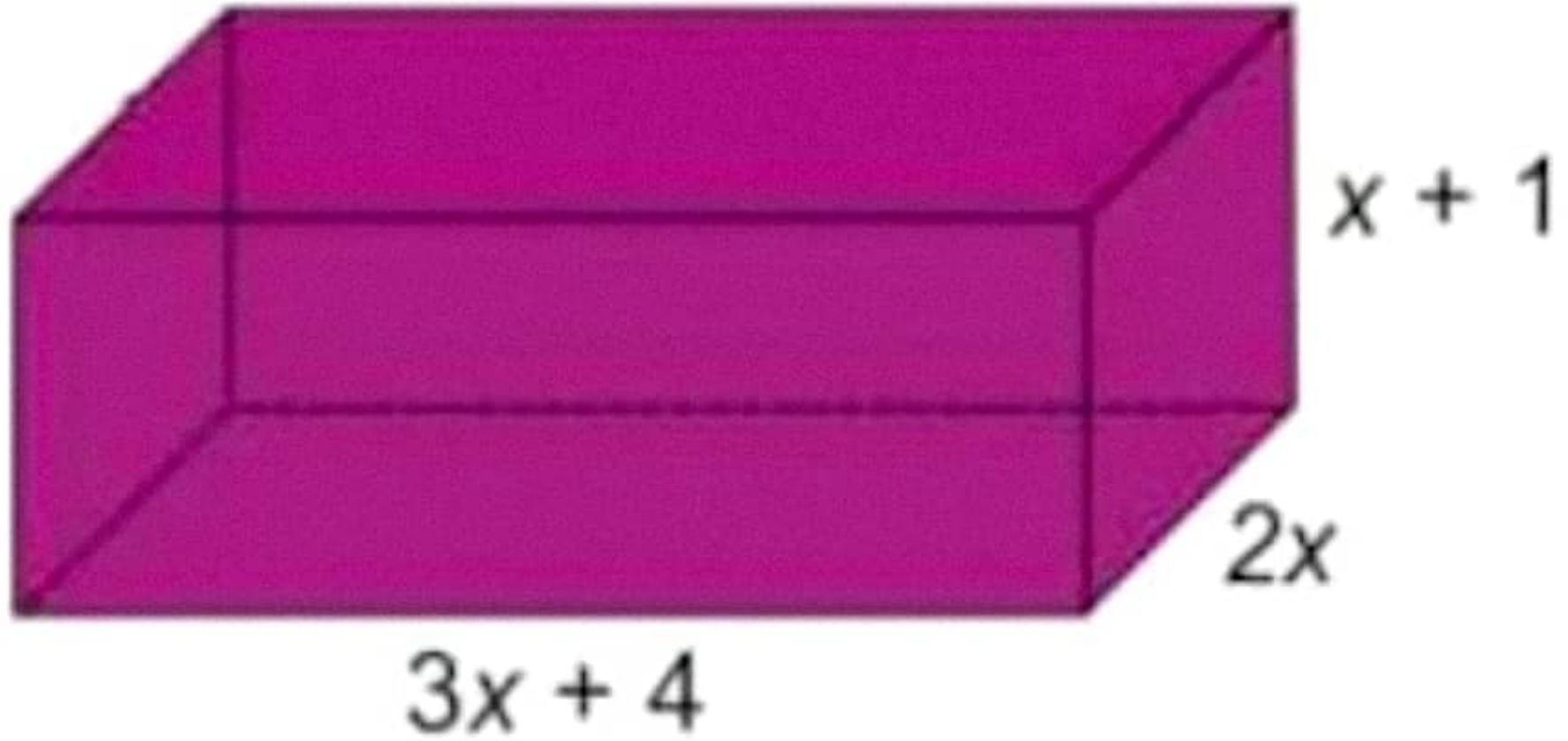
$$= (8a^2-2a-3)(a+4)$$

$$= 8a^3-2a^2-3a+32a^2-8a-12$$

$$= 8a^3+30a^2-11a-12$$



৫. নিচের চিত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করোঃ



সমাধানঃ

চিত্রটি একটি আয়তাকার ঘনবস্তু।

চিত্রটির দৈর্ঘ্য $a = 3x+4$, প্রস্থ $b = 2x$, উচ্চতা $c = x+1$

আমরা জানি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল $= 2(ab+bc+ca)$

তাহলে,

চিত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab+bc+ca)$$

$$= 2\{(3x+4)2x + 2x(x+1) + (x+1)(3x+4)\}$$

$$= 2\{(6x^2+8x) + (2x^2+2x) + (3x^2+3x+4x+4)\}$$

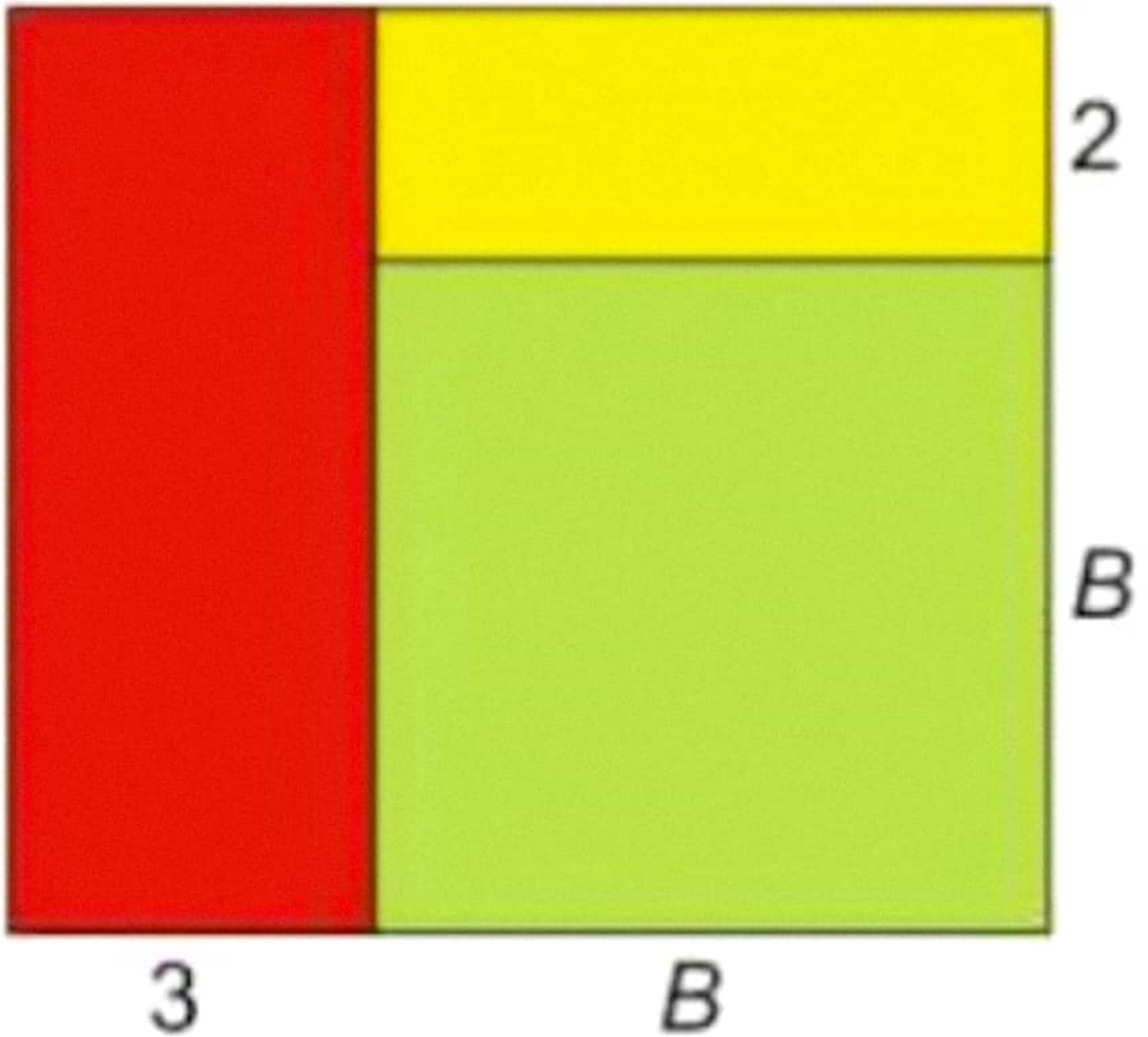
$$= 2\{(6x^2+8x) + (2x^2+2x) + (3x^2+7x+4)\}$$

$$= 2(11x^2+17x+4)$$

$$= 22x^2+34x+8$$



৬. নিচের চিত্রটির আয়তন নির্ণয় করোঃ



সমাধানঃ

প্রদত্ত চিত্রের দৈর্ঘ্য = $B+3$ এবং প্রস্থ = $B+2$

কিন্তু চিত্রটির উচ্চতা দেওয়া নাই।

তাহলে, আমরা চিত্রটির আয়তন বের করতে পারবো না।

যদি ক্ষেত্রফল বের করতে বলে, তবে এর ক্ষেত্রফল

$$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}$$

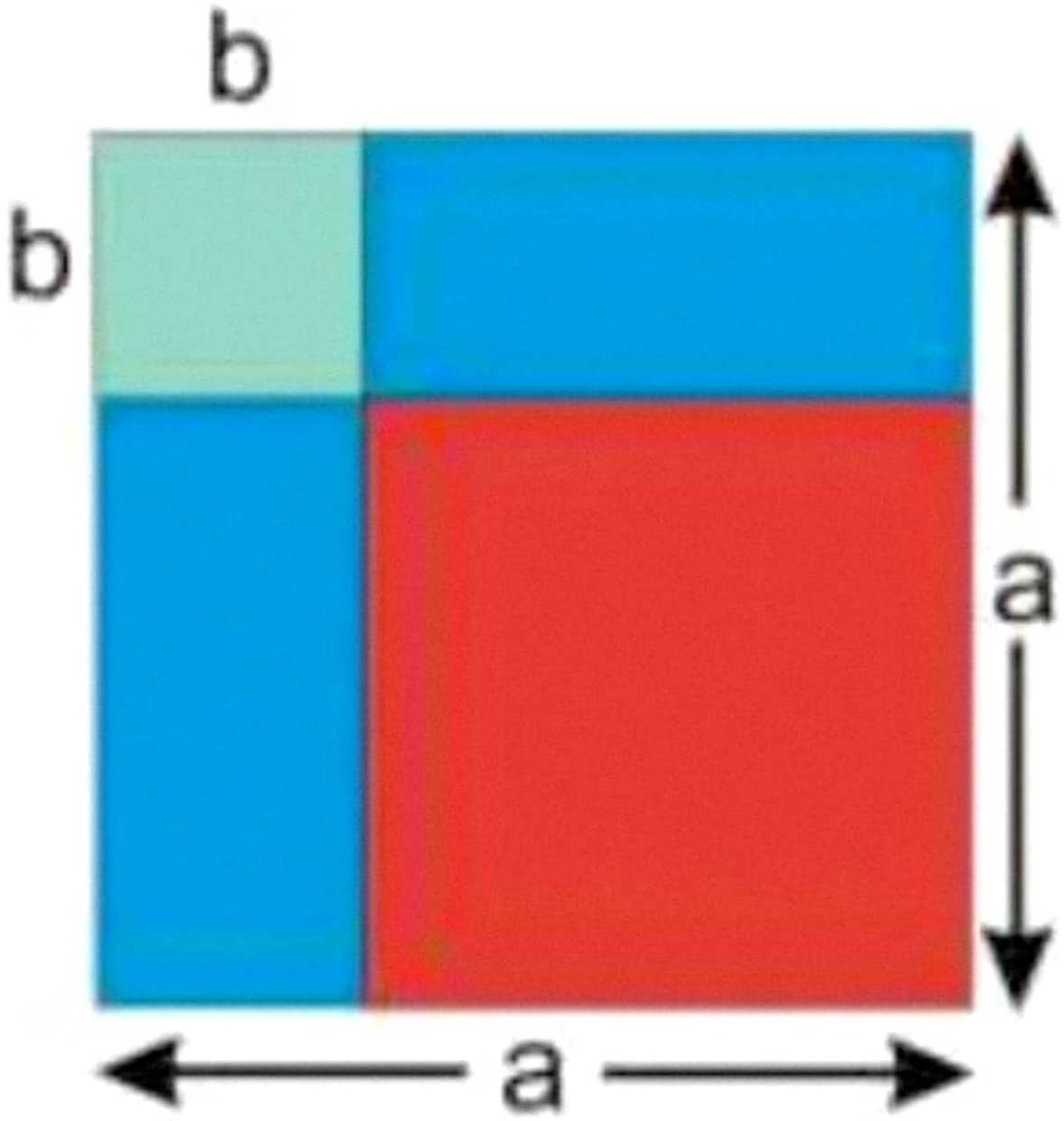
$$= (B+3)(B+2)$$

$$= B^2+3B+2B+6$$

$$= B^2+5B+6$$



৭. নিচের চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো:



সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

চিত্রটির দৈর্ঘ্য = a এবং প্রস্থ = a

এবং সবচেয়ে ছোট ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = b এবং প্রস্থ = b

উপরের তথ্য চিত্র হতে পর্যালোচনা করে পাই,

চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $a-b$ এবং প্রস্থ = $a-b$

তাহলে,

চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= (a-b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$



দ্বিপদী রাশির বর্গ

একক কাজঃ ছবির সাহায্যে বর্গ নির্ণয় করো।

1. $m+n$

2. $4x+3$

3. $3x+4y$

4. 105

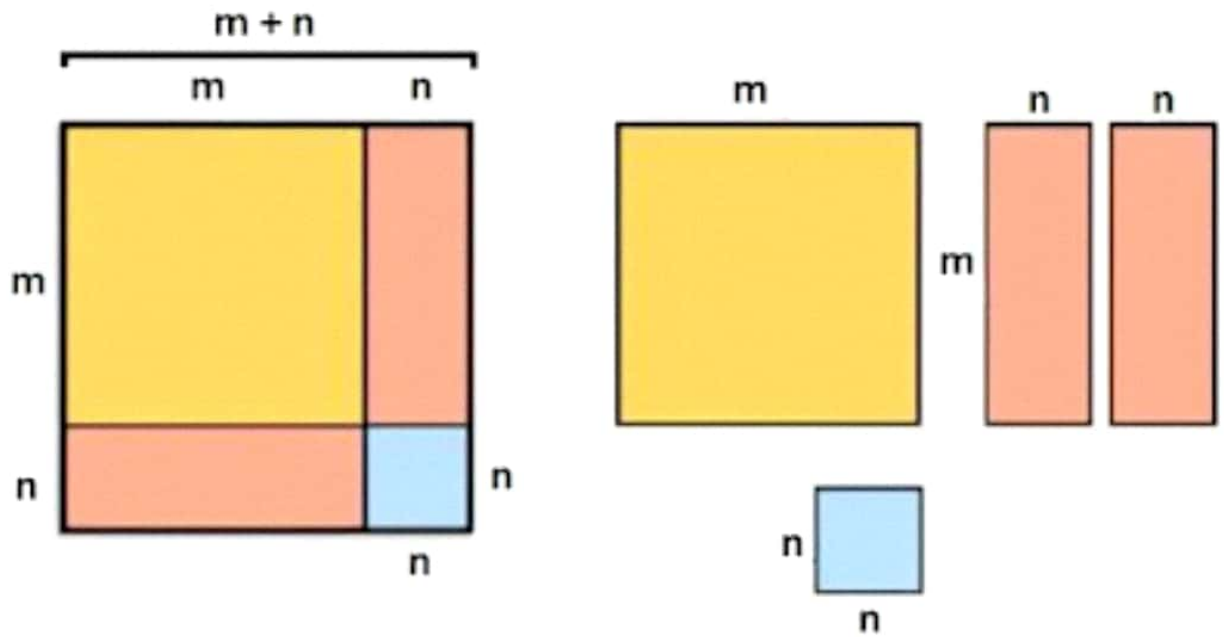
5. 99



(1) ছবির সাহায্যে $m+n$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $m+n$ এর বর্গ অর্থাৎ $(m+n)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $m+n$.

(ii) এখন $m+n$ বাহুতে m ও n এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(m+n)^2$ পাওয়া গেল।

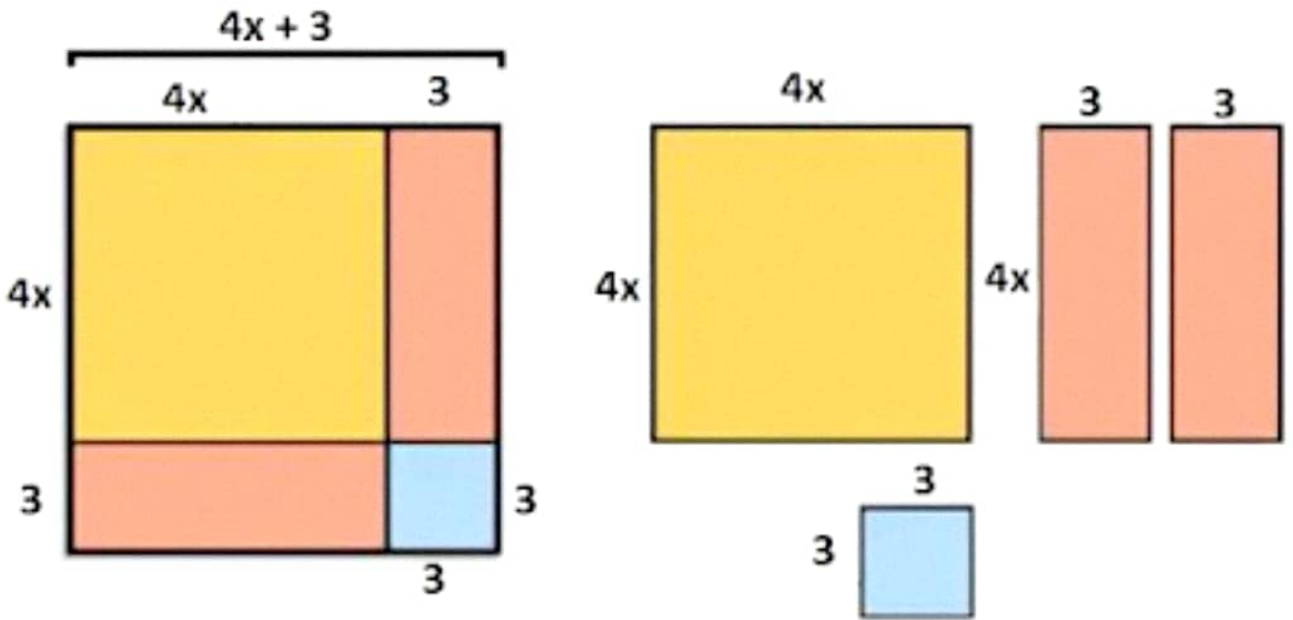
প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল = $m^2 + 2mn + n^2$

অতএব, $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$

(2) ছবির সাহায্যে $4x+3$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $4x+3$ এর বর্গ অর্থাৎ $(4x+3)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $4x+3$.

(ii) এখন $4x+3$ বাহুতে $4x$ ও 3 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(4x+3)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (4x)^2 + 4x \cdot 3 + 4x \cdot 3 + 3^2 = 16x^2 + 12x + 12x + 9 = 16x^2 + 24x + 9$$

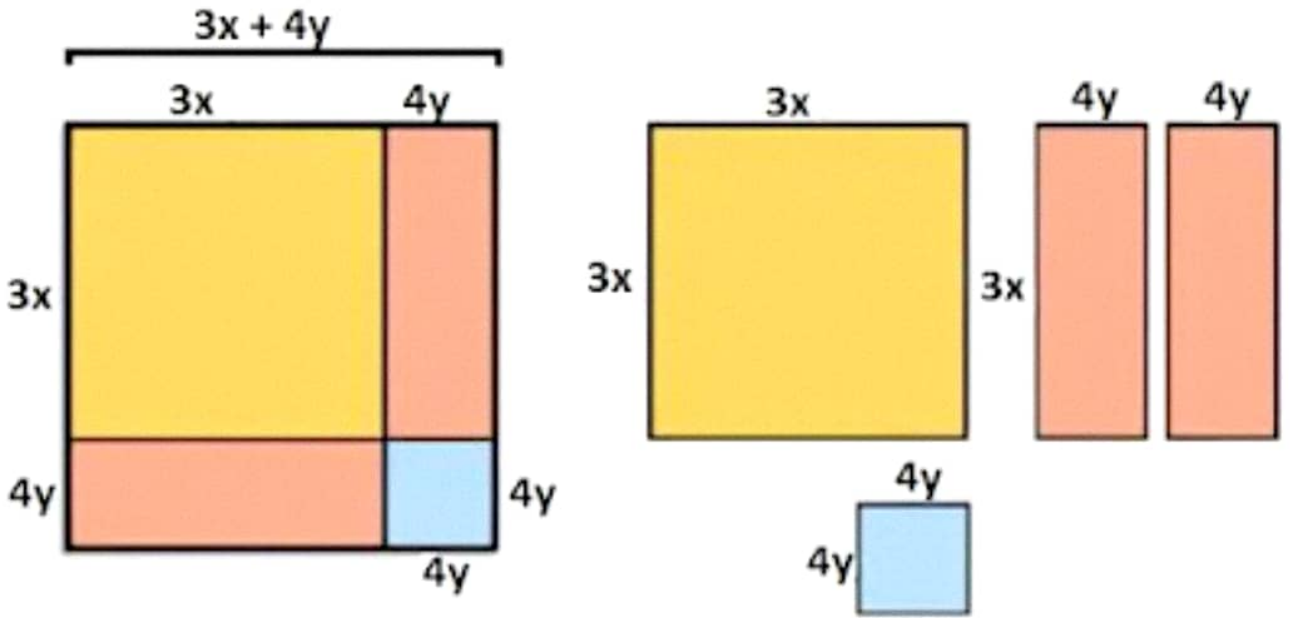
$$\text{অতএব, } (4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$



(3) ছবির সাহায্যে $3x+4y$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $3x+4y$ এর বর্গ অর্থাৎ $(3x+4y)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $3x+4y$.

(ii) এখন $3x+4y$ বাহুতে $3x$ ও $4y$ এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(3x+4y)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (3x)^2 + 3x \cdot 4y + 3x \cdot 4y + (4y)^2 = 9x^2 + 12xy + 12xy + 16y^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$$

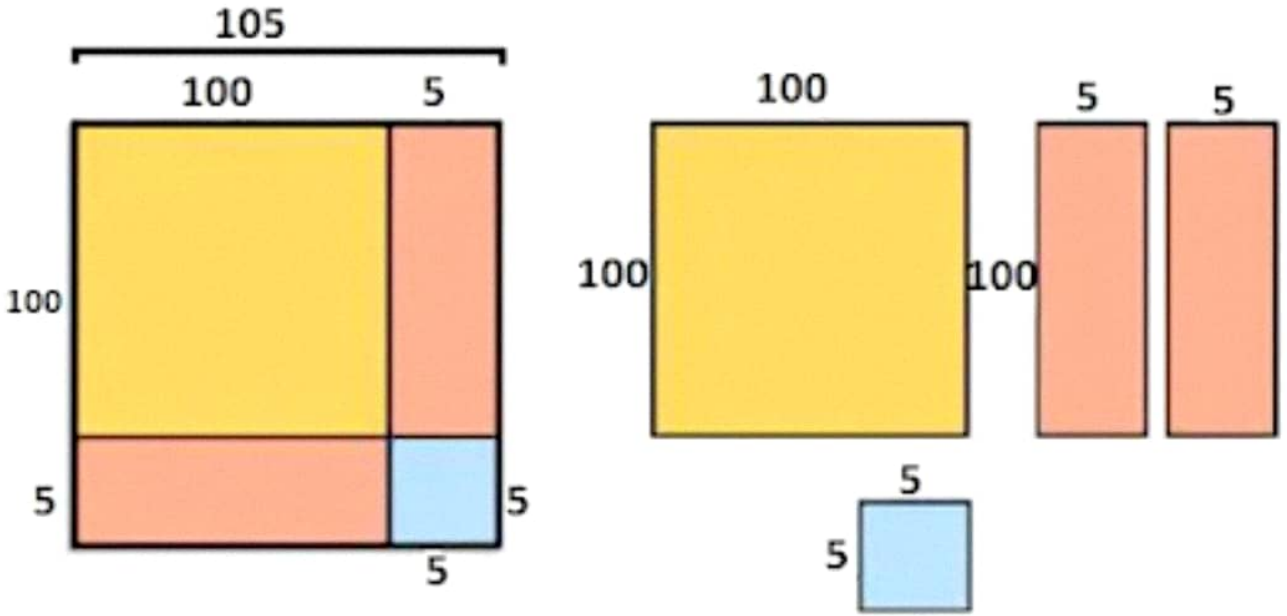
$$\text{অতএব, } (3x+4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$$



(4) ছবির সাহায্যে 105 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) 105 এর বর্গ অর্থাৎ $(105)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 105.

(ii) এখন 105 দৈর্ঘ্যের বাহুতে 100 ও 5 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(105)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (100)^2 + 100 \cdot 5 + 100 \cdot 5 + (5)^2 = 10000 + 500 + 500 + 25 = 11025$$

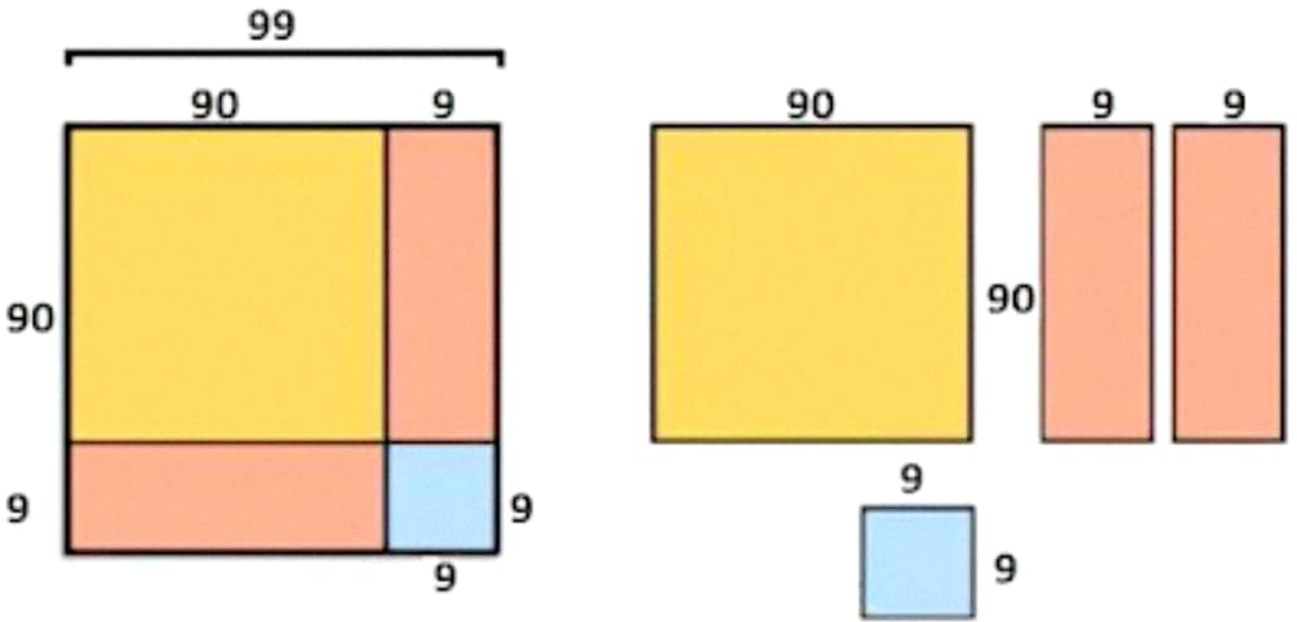
$$\text{অতএব, } (105)^2 = 11025$$



(5) ছবির সাহায্যে 99 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) 99 এর বর্গ অর্থাৎ $(99)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 99.

(ii) এখন 99 দৈর্ঘ্যের বাহুতে 90 ও 9 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(99)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (90)^2 + 90 \cdot 9 + 90 \cdot 9 + (9)^2 = 8100 + 810 + 810 + 81 = 9801$$

$$\text{অতএব, } (99)^2 = 9801$$

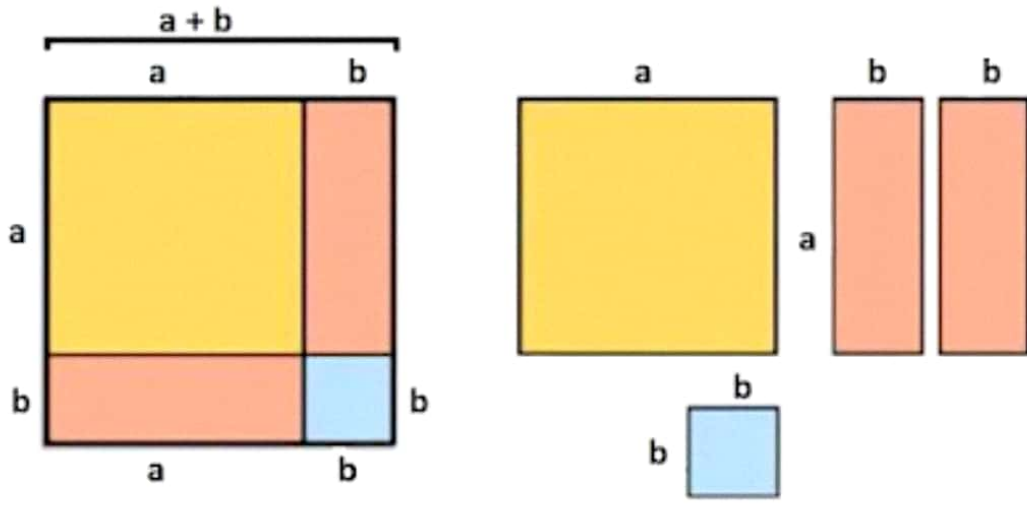


কাগজ কেটে প্রমাণ করোঃ $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

সমাধানঃ

(i) একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a+b$ এর সমান হয়।

(ii) এখন $(a+b)$ দৈর্ঘ্যের বাহুতে a ও b এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কাগজ হতে কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(a+b)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (a)^2 + ab + ab + (b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

তাহলে,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{বা, } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{ [প্রমাণিত]}$$

সহজ উপায়ে (বীজগণিতের সূত্র) বর্গসংখ্যা নির্ণয়:

কাজঃ সহজ উপায়ে 52, 71, 21, 103 এর বর্গ নির্ণয়
করো।

সমাধানঃ

52 এর বর্গ

$$= 52^2$$

$$= (50+2)^2$$

$$= 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 2 + 2^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$= 2500 + 200 + 4$$

$$= 2704$$



71 এর বর্গ

$$= 71^2$$

$$= (70+1)^2$$

$$= 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$= 4900 + 140 + 1$$

$$= 5041$$

21 এর বর্গ

$$= 21^2$$

$$= (20+1)^2$$

$$= 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$= 400 + 40 + 1$$

$$= 441$$



103 এর বর্গ

$$= 103^2$$

$$= (100+3)^2$$

$$= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$= 10000 + 600 + 9$$

$$= 10609$$



ছক ১.২ সহজ উপায়ে বর্গসংখ্যা নির্ণয় করে পূরণ
করো।

সমাধানঃ

সংখ্যা	বর্গসংখ্যা	সংখ্যা	বর্গসংখ্যা
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	17	289
8	64	18	324
9	81	19	364
10	100	20	400



কাজঃ সারণিভুক্ত বর্গ সংখ্যাগুলোর এককের ঘরের অঙ্কগুলো ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করে কোন মিল খজ্েঁ পেলে কিনা দেখ।

সমাধানঃ

সারণিভুক্ত বর্গ সংখ্যাগুলোর এককের ঘরের অঙ্কগুলো ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করে একটা মিল খুঁকে পেয়েছি যা হলোঃ বর্গ সংখ্যা গুলোর এককের ঘরে 0, 1, 4, 5, 6 অথবা 9 অংকটি রয়েছে।

কাজঃ

১। কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক কত হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হতে পারে?

সমাধানঃ

কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0, 1, 4, 5, 6 অথবা 9 হলে সংখ্যাটি বর্গ সংখ্যা হতে পারে।



২। পাঁচটি সংখ্যা লেখ যার একক স্থানের অঙ্ক দেখেই তা বর্গসংখ্যা নয় বলে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায়।

সমাধানঃ

কোন সংখ্যার একক স্থানের অঙ্ক দেখেই তা বর্গসংখ্যা নয় বলে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় এমন পাঁচটি সংখ্যা হলোঃ

12, 17, 22, 33, 43

একক কাজঃ উপরের মতো ছবির সাহায্যে বর্গ নির্ণয় করো।

1. $(m+n)$

2. $(4x+3)$

3. $(3x+4y)$

4. 95

5. 99



সমাধানঃ

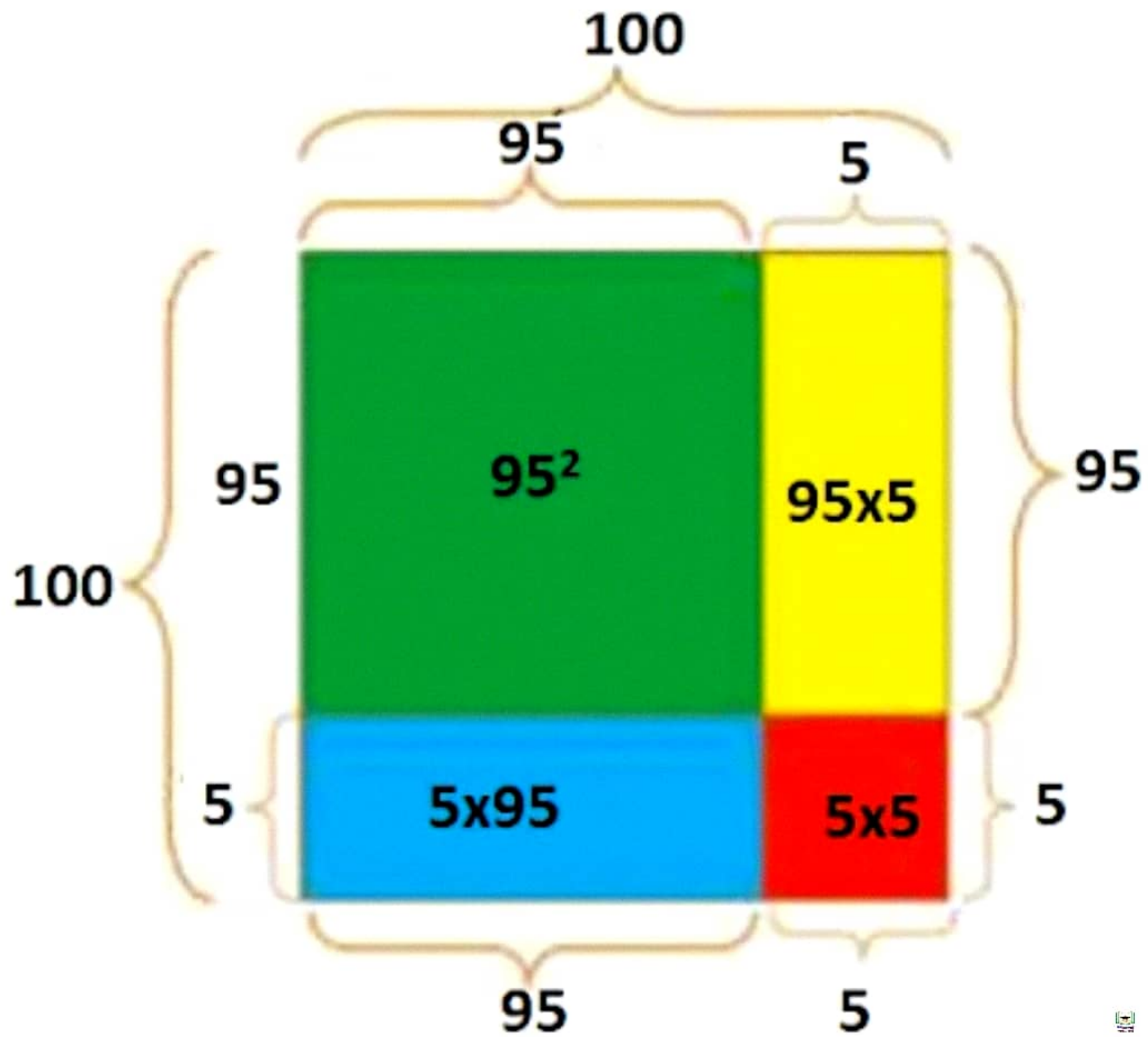
1 – 3 পর্যন্ত সমাধান পূর্বেই করা হয়েছে। 4 – 5 এর সমাধান নিচে দেয়া হলো। [উল্লেখ্যঃ নিচের পদ্ধতিতে $(a-b)^2$ কাঠামোর যেকোন সমাধান কাগজ কেটে তোমরা করতে পারবে।]

4. 95

(i) যেকোন একটি বর্গাকৃতির কাগজ কেটে নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 100 এর সমান ধরি।

(ii) নিচের চিত্রের মত 100 দৈর্ঘ্যের বাহুকে 95 ও 5 দৈর্ঘ্যে চিহ্নিত করি।





(iii) এখন, চিত্র অনুসারে সবুজ বর্গের ক্ষেত্রফল = সমগ্র বর্গের ক্ষেত্রফল- [হলুদ আয়তের ক্ষেত্রফল+ লাল বর্গের ক্ষেত্রফল + নীল আয়তের ক্ষেত্রফল] অর্থাৎ,

$$95^2 = 100^2 - [95 \times 5 + 5 \times 95 + 5 \times 5]$$

$$\text{বা, } 95^2 = 10000 - [475 + 475 + 25]$$

$$\text{বা, } 95^2 = 10000 - 975$$

$$\text{বা, } 95^2 = 9025$$

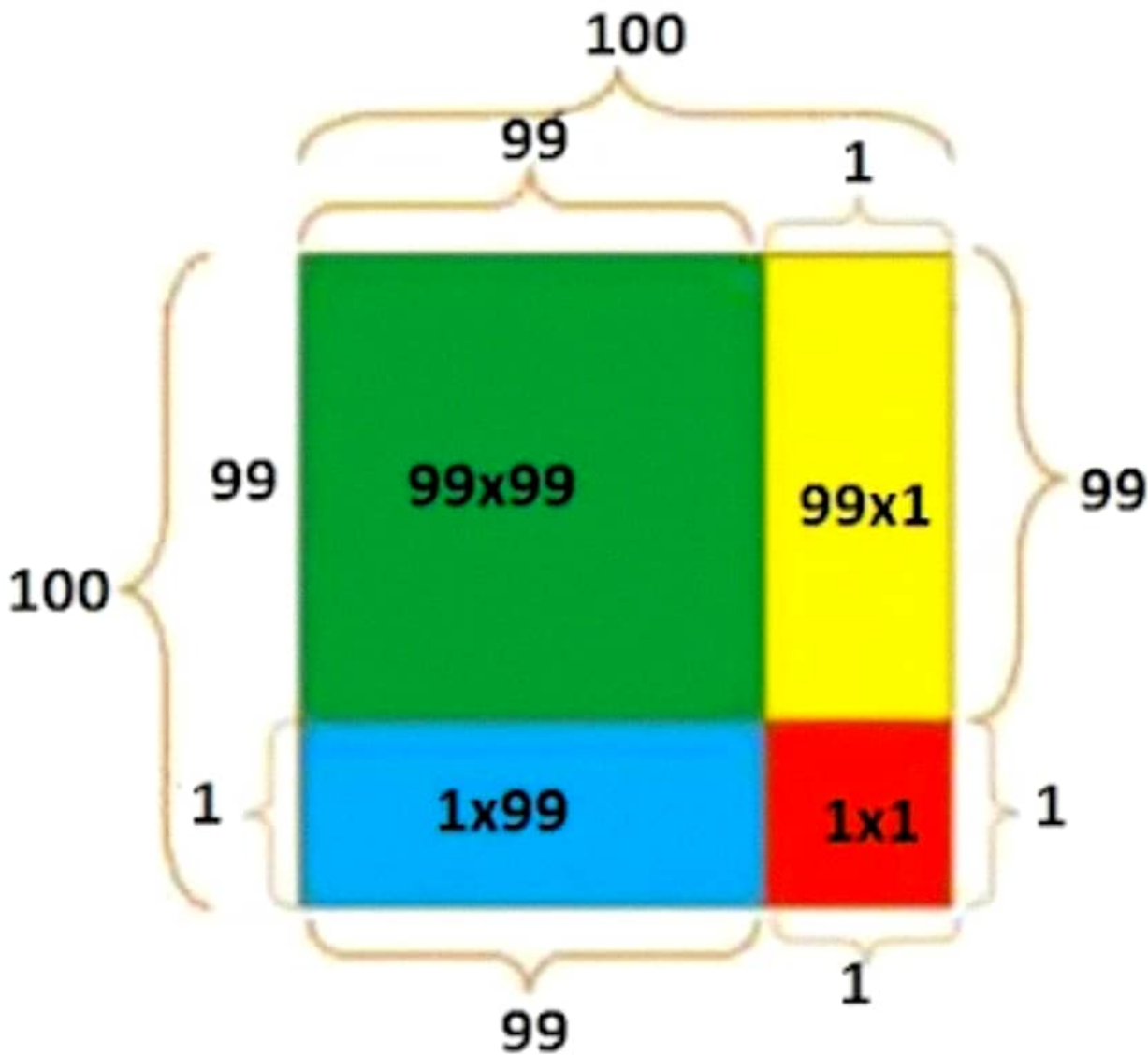
অতএব, 95 এর বর্গ 9025



5. 99

(i) যেকোন একটি বর্গাকৃতির কাগজ কেটে নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 100 এর সমান ধরি।

(ii) নিচের চিত্রের মত 100 দৈর্ঘ্যের বাহুকে 99 ও 1 দৈর্ঘ্যে চিহ্নিত করি।



(iii) এখন, চিত্র অনুসারে সবুজ বর্গের ক্ষেত্রফল = সমগ্র বর্গের ক্ষেত্রফল- [হলুদ আয়তের ক্ষেত্রফল+ লাল বর্গের ক্ষেত্রফল + নীল আয়তের ক্ষেত্রফল] অর্থাৎ,

$$99^2 = 100^2 - [99 \times 1 + 1 \times 99 + 1 \times 1]$$

$$\text{বা, } 99^2 = 10000 - [99 + 99 + 1]$$

$$\text{বা, } 99^2 = 10000 - 199$$

$$\text{বা, } 99^2 = 9801$$

অতএব, 99 এর বর্গ 9801



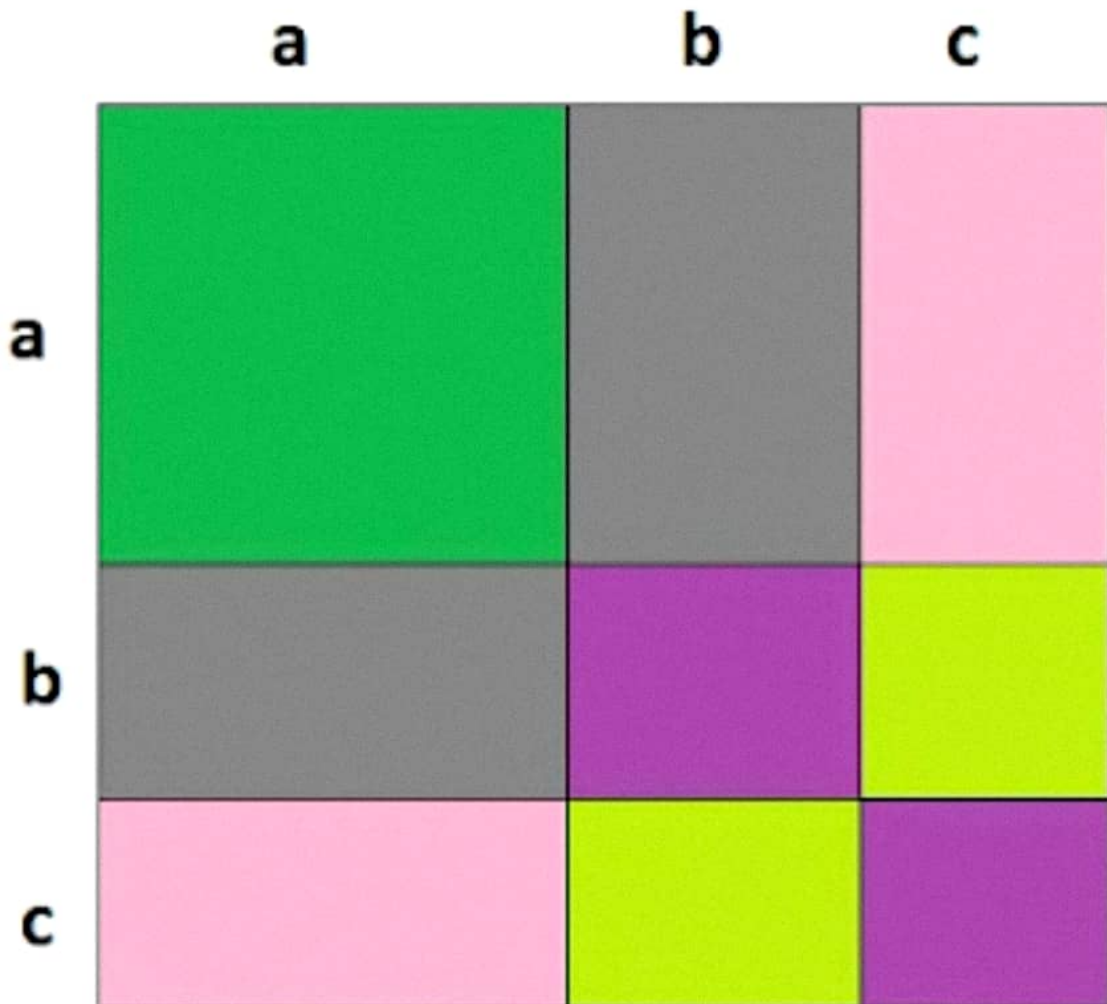
ত্রিপদী রাশির বর্গ

কাজঃ $(a+b+c)^2$ এর বর্গ কাগজ কেটে নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(i) কাগজ কেটে একটি বর্গ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a+b+c$ এর সমান।

(ii) এখন, $a+b+c$ বাহুতে b ও c এর দৈর্ঘ্য নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি ফলে সম্পূর্ণ বর্গটি ৯টি ক্ষুদ্র ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।



(iii) এখন সম্পূর্ণ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(a+b+c)^2$

তাহলে, চিত্র অনুসারে,

$$(a+b+c)^2$$

= 9 টি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$



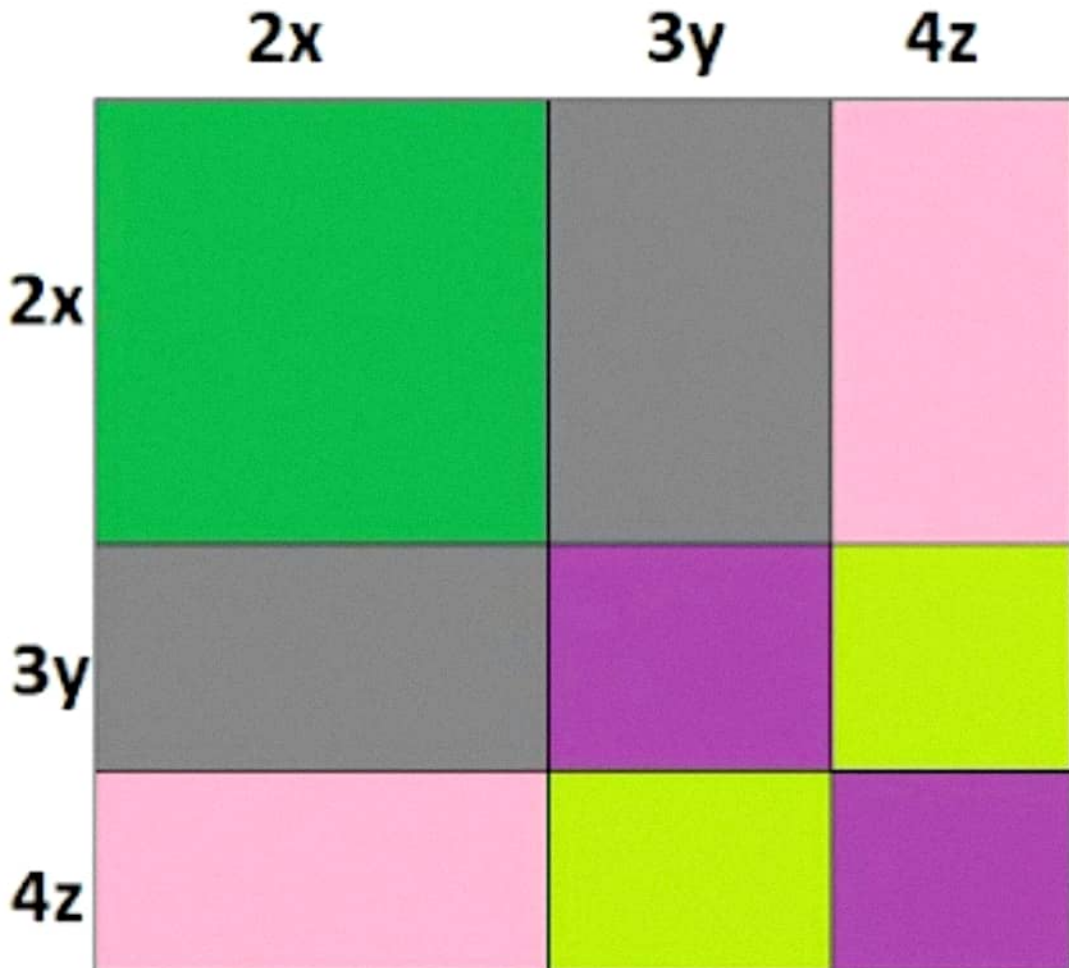
একক কাজঃ নিচের সমস্যাটি কাগজ কেটে বা ছবি
ঐকে সমাধান করো।

$(2x+3y+4z)$ এর বর্গ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কাগজ কেটে একটি বর্গাকার কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর
দৈর্ঘ্য $(2x+3y+4z)$ এর সমান হয়।

এখন, $(2x+3y+4z)$ দৈর্ঘ্যের বাহুতে $3y$ ও $4z$ দৈর্ঘ্যকে
নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে ৯টি আয়তক্ষেত্র
পাওয়া গেল।



আয়ত ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল এর সমষ্টি প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অনুসারে নিম্নরূপঃ

$$2x \cdot 2x + 2x \cdot 3y + 2x \cdot 4z + 2x \cdot 3y +$$

$$3y \cdot 3y + 3y \cdot 4z + 2x \cdot 4z + 3y \cdot 4z + 4z \cdot 4z$$

$$= (2x)^2 + 6xy + 8xz + 6xy + (3y)^2 +$$

$$12yz + 8zx + 12yz + (4z)^2$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16zx + 24yz$$

এখন, সম্পূর্ণ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(2x+3y+4z)^2$

তাহলে,

$$(2x+3y+4z)$$

এর

বর্গ

$$4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16zx + 24yz$$



একক কাজঃ

১) কাগজ কেটে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় করে শিক্ষকের কাছে জমা দাও।

1. $a+3$

2. $3x-5$

3. 999

4. $2x+y+3z$

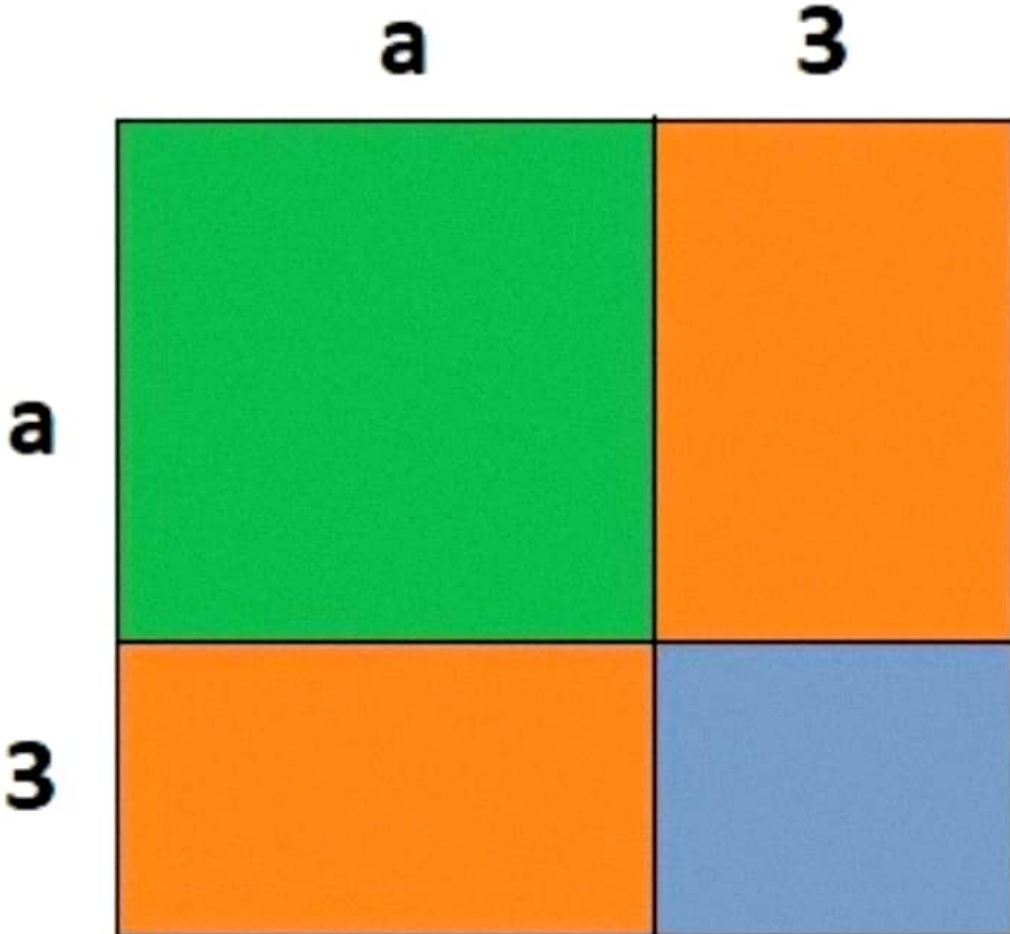


সমাধানঃ

1. $a+3$

কাগজ কেটে $(a+3)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও 3 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল = 4 টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\text{বা, } (a+3)^2 = a \cdot a + a \cdot 3 + a \cdot 3 + 3 \cdot 3$$

$$\text{বা, } (a+3)^2 = a^2 + 3a + 3a + 3^2$$

$$\text{বা, } (a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

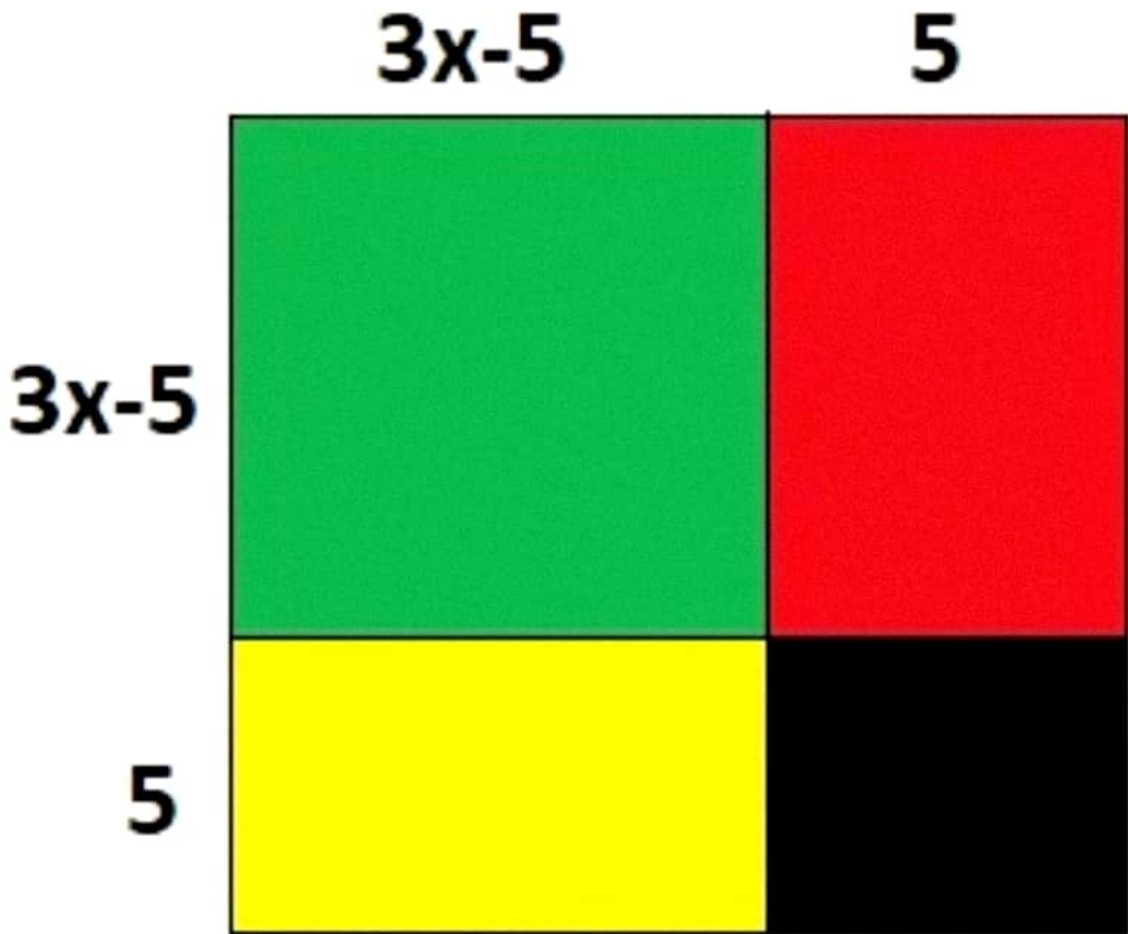
অতএব, $(a+3)$ এর বর্গ = $a^2 + 6a + 9$



2. $3x-5$

কাগজ কেটে $(3x-5)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $3x-5$ ও 5 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = (3x-5+5)^2 - [(3x-5)5+5(3x-5)+5.5]$$

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = (3x)^2 - [15x-25 + 15x - 25 + 25]$$

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = 9x^2 - [30x-25]$$

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

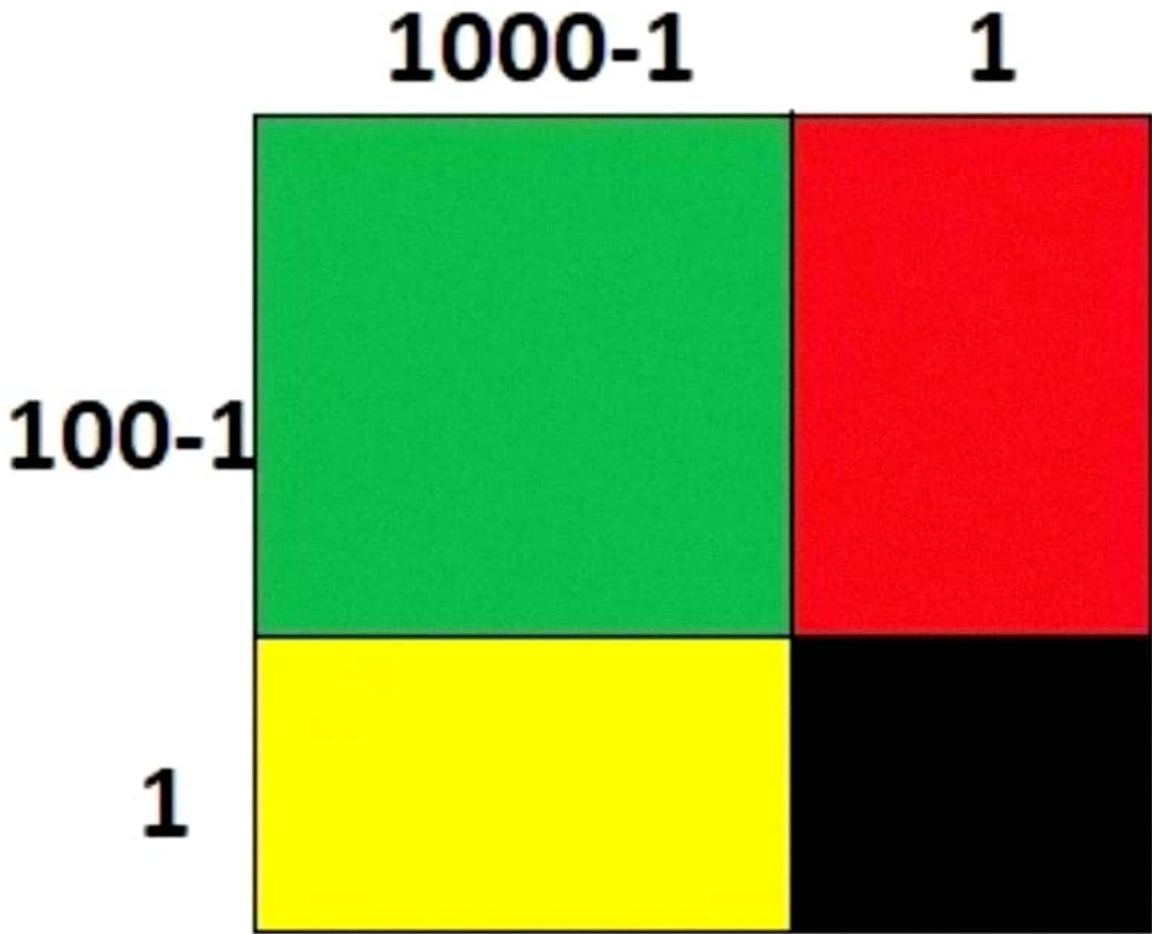
$$\text{অতএব, } (3x-5)^2 \text{ এর বর্গ} = 9x^2 - 30x + 25$$



3. 999

কাগজ কেটে 999 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $1000-1$ ও 1 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (1000-1)^2 = (1000-1+1)^2 - [(1000-1)1+1(1000-1)+1.1]$$

$$\text{বা, } 999^2 = (1000)^2 - [1000-1 + 1000 - 1 + 1]$$

$$\text{বা, } 999^2 = 1000000 - 1999$$

$$\text{বা, } 999^2 = 998001$$

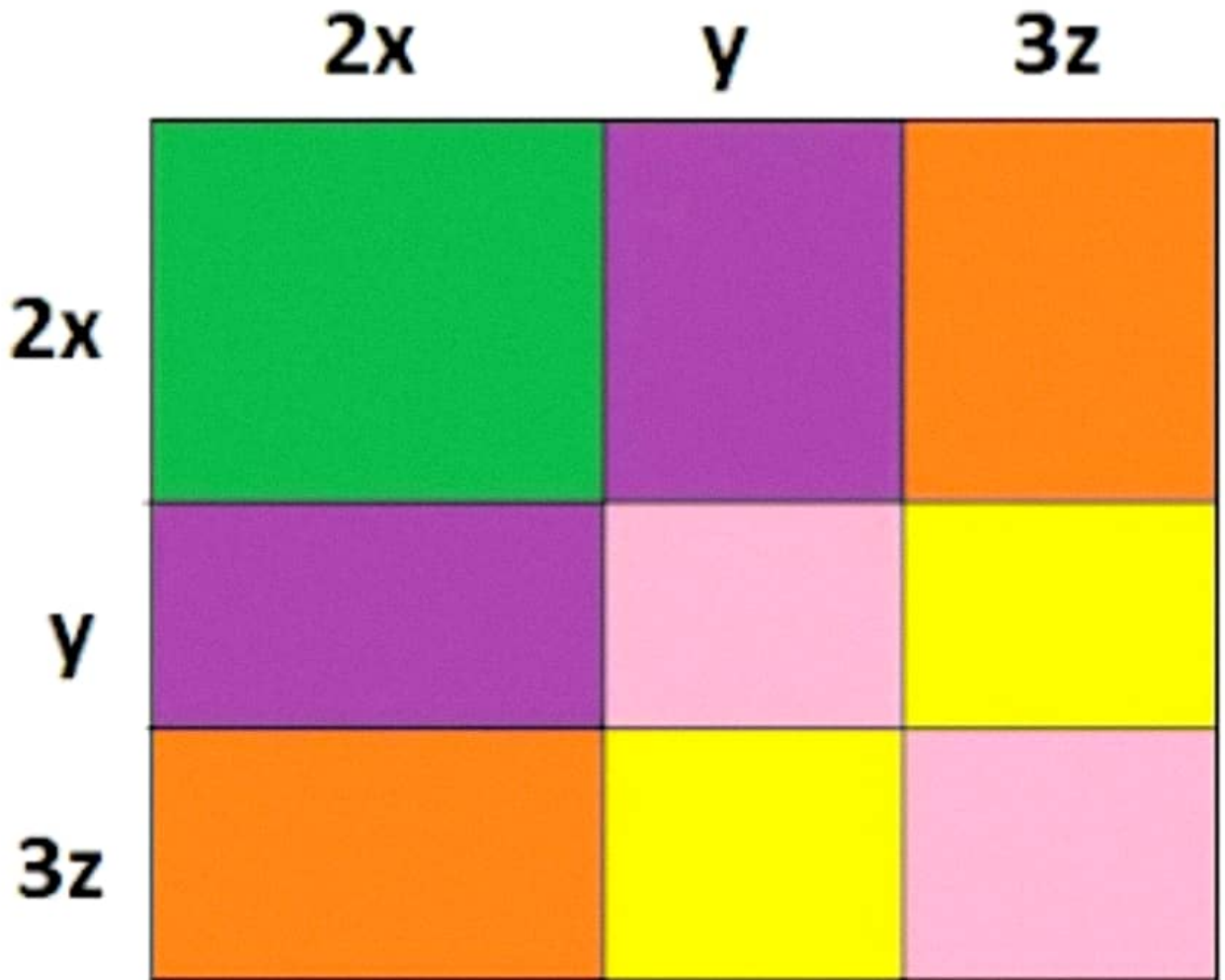
$$\text{অতএব, } 999^2 \text{ এর বর্গ} = 998001$$



4. $2x+y+3z$

কাগজ কেটে $(2x+y+3z)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $2x$, y ও $3z$ এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 9 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল = 9 টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\text{বা, } (2x+y+3z)^2 = (2x)^2 + 2xy + 6zx + 2xy + y^2 + 3yz + 6zx + 3yz + (3z)^2$$

$$\text{বা, } (2x+y+3z)^2 = 4x^2 + y^2 + 9z^2 + 4xy + 12zx + 6yz$$

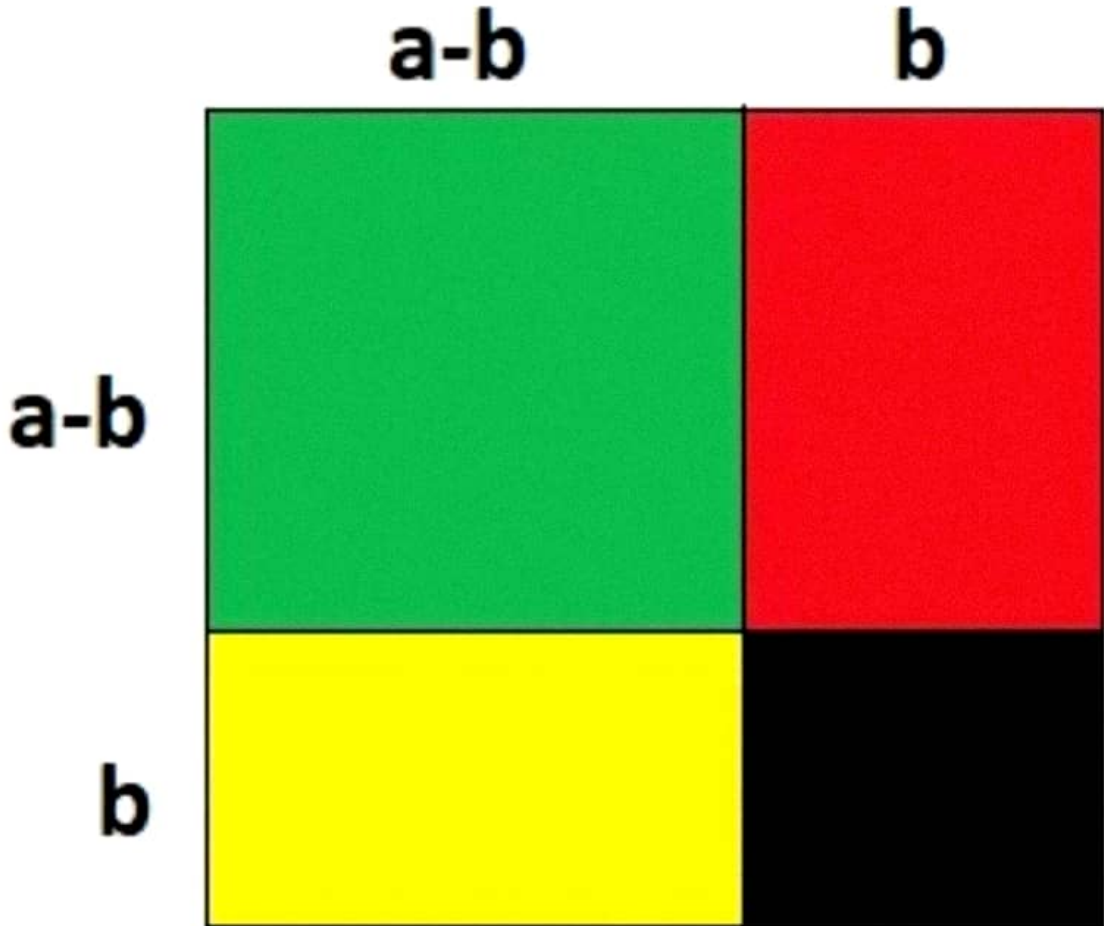
$$\text{অতএব, } (2x+y+3z) \text{ এর বর্গ } = 4x^2 + y^2 + 9z^2 + 4xy + 12zx + 6yz$$

২) কাগজ কেটে প্রমাণ করো।

$$1. a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b \cdot b]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

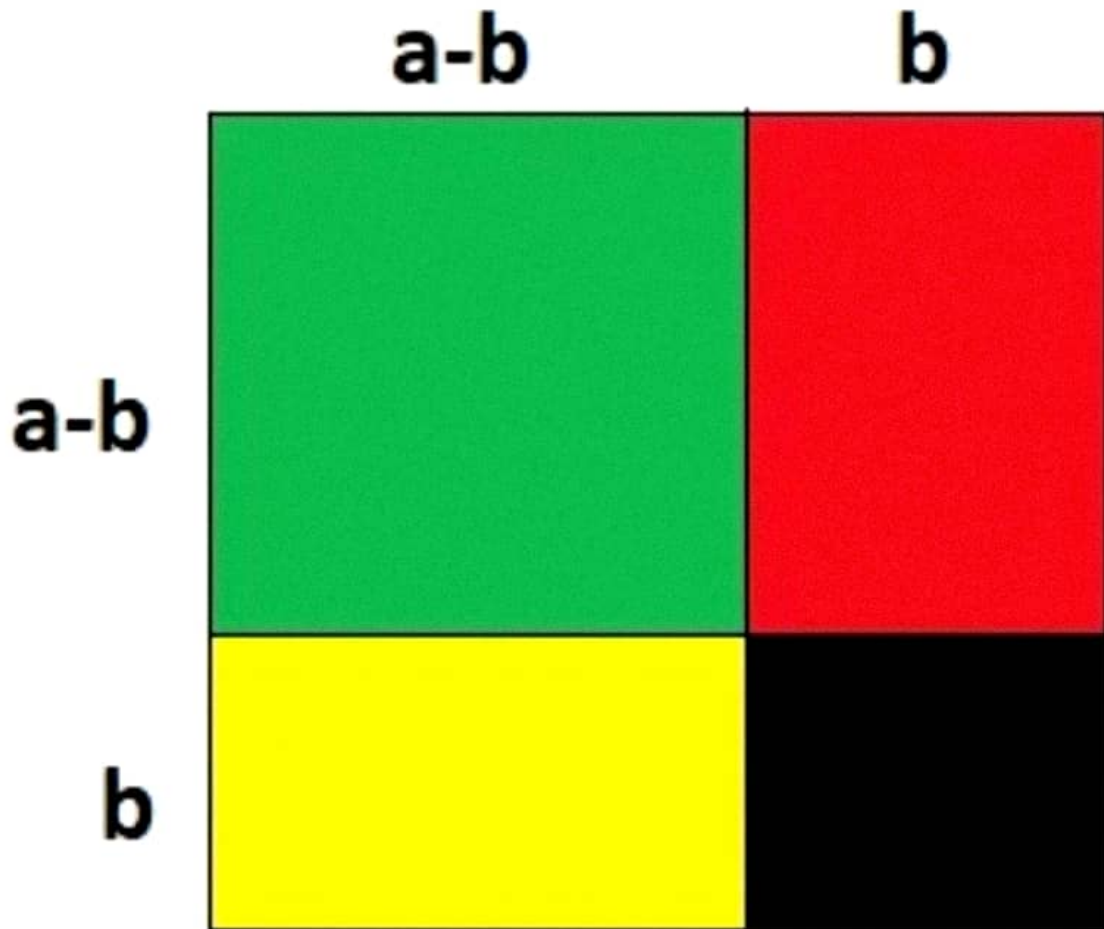
$$\text{বা, } a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ [প্রমাণিত]}$$



$$2. (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b \cdot b]$$

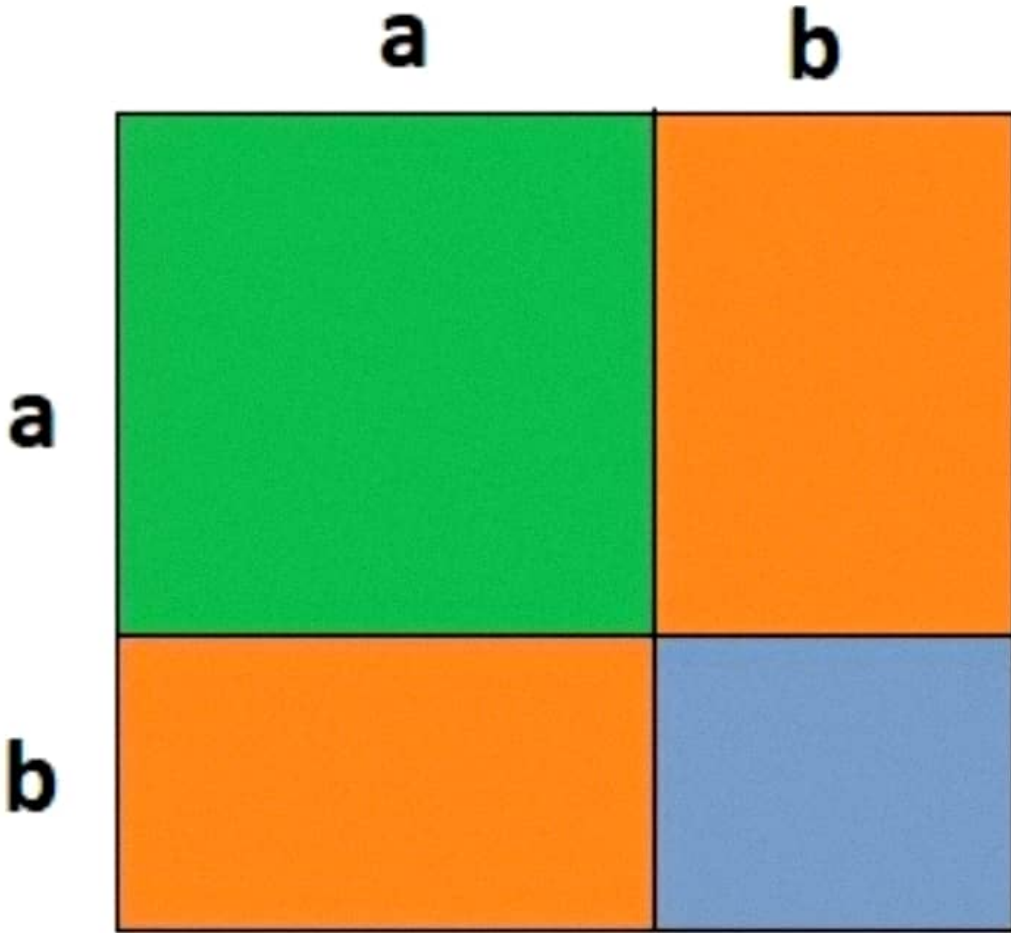
$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \dots\dots(i)$$

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2+ab+ab+b^2$

বা, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ (ii)

এখন, (i) - (ii) করে পাই,

$(a-b)^2-(a+b)^2= a^2+b^2-2ab-(a^2+b^2+2ab)$

বা, $(a-b)^2-(a+b)^2= a^2+b^2-2ab-a^2-b^2-2ab$

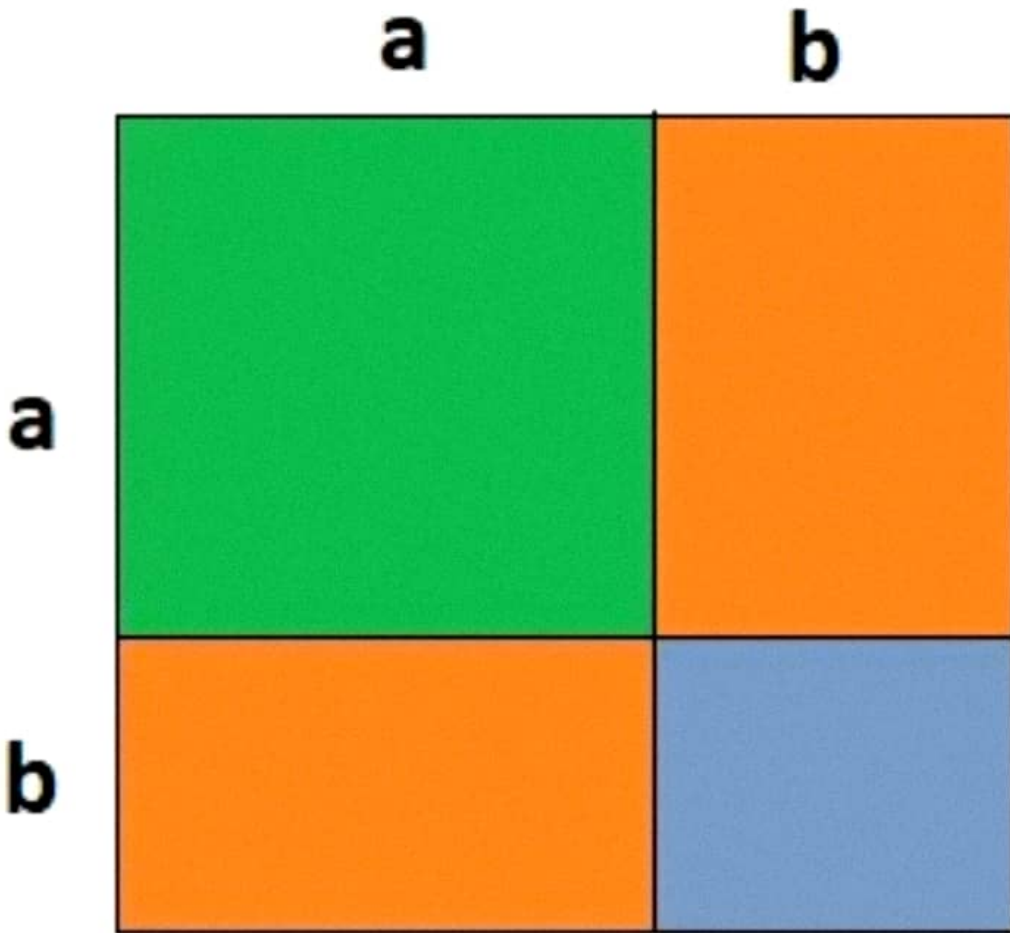
বা, $(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab$

বা, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ [প্রমাণিত]

$$3. (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

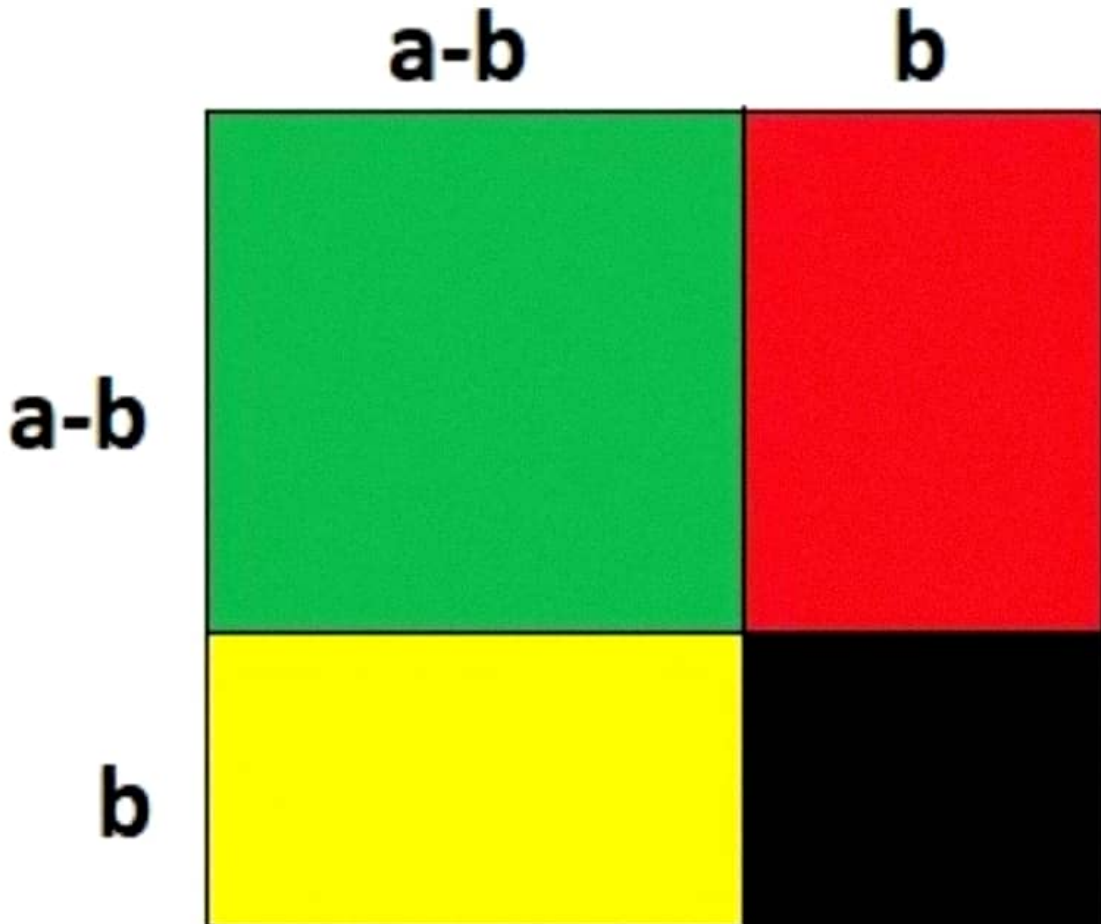
(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2+ab+ab+b^2$

বা, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ (i)

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল -
[লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল +
কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b \cdot b]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \dots\dots(ii)$$



এখন,

(i) - (ii) করে পাই,

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab)$$

$$\text{বা, } (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab$$

$$\text{বা, } (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

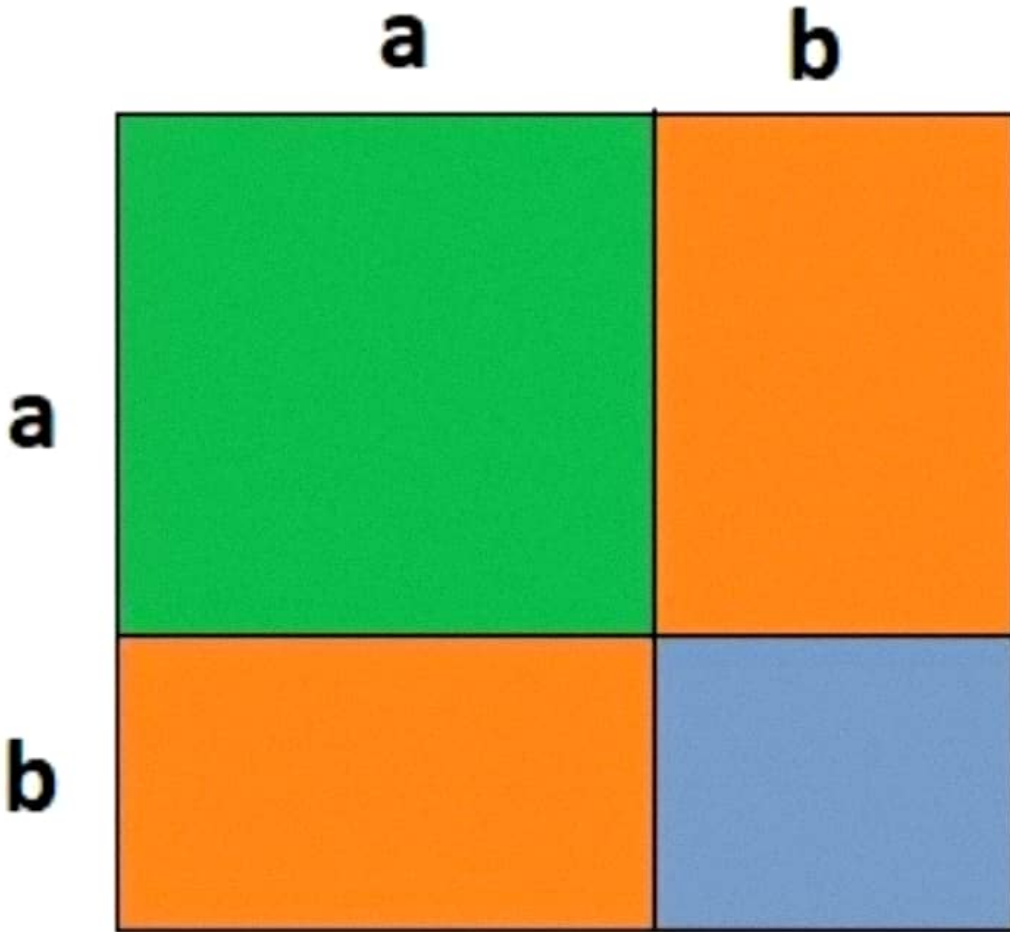
$$\text{বা, } (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \text{ [প্রমাণিত]}$$



$$4. (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

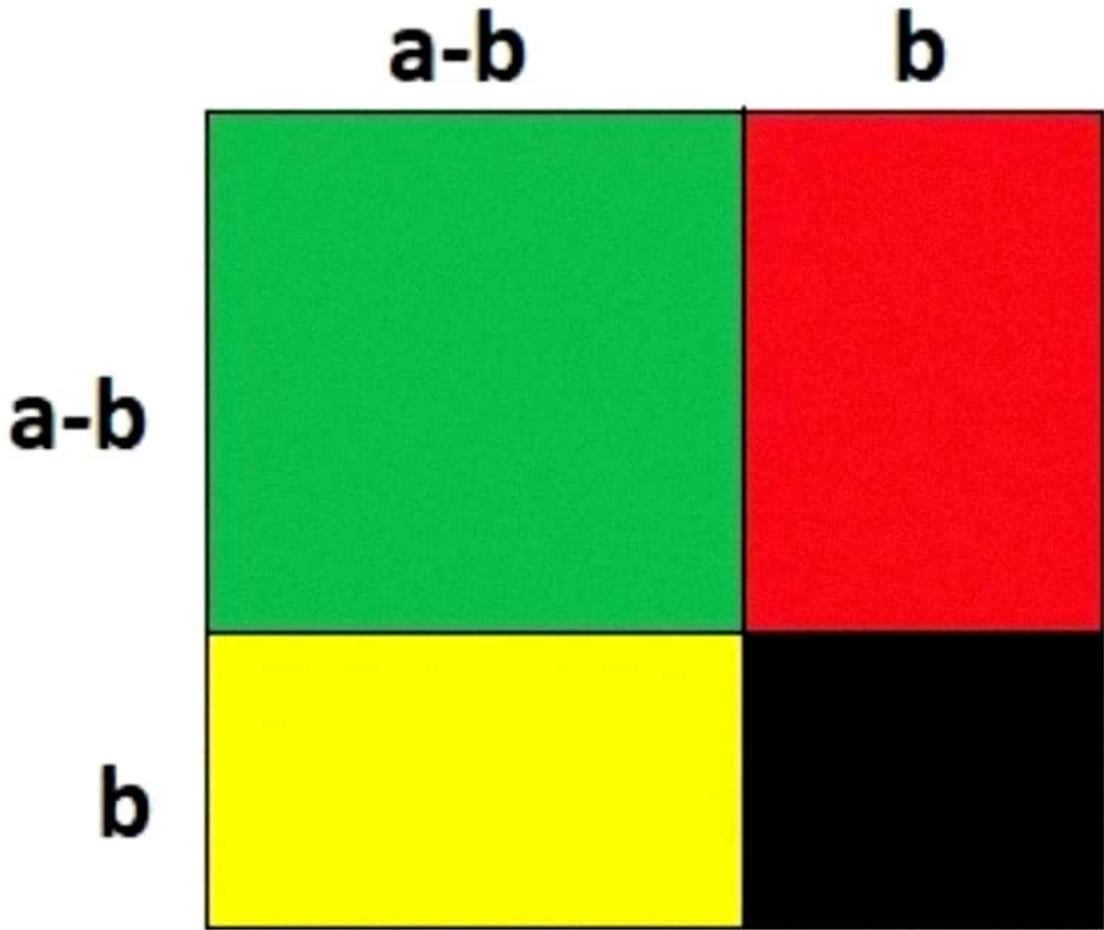
সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (i)



আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।



(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল -
[লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল +
কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \dots\dots(ii)$$

এখন,

(i) + (ii) করে পাই,

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\text{বা, } (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

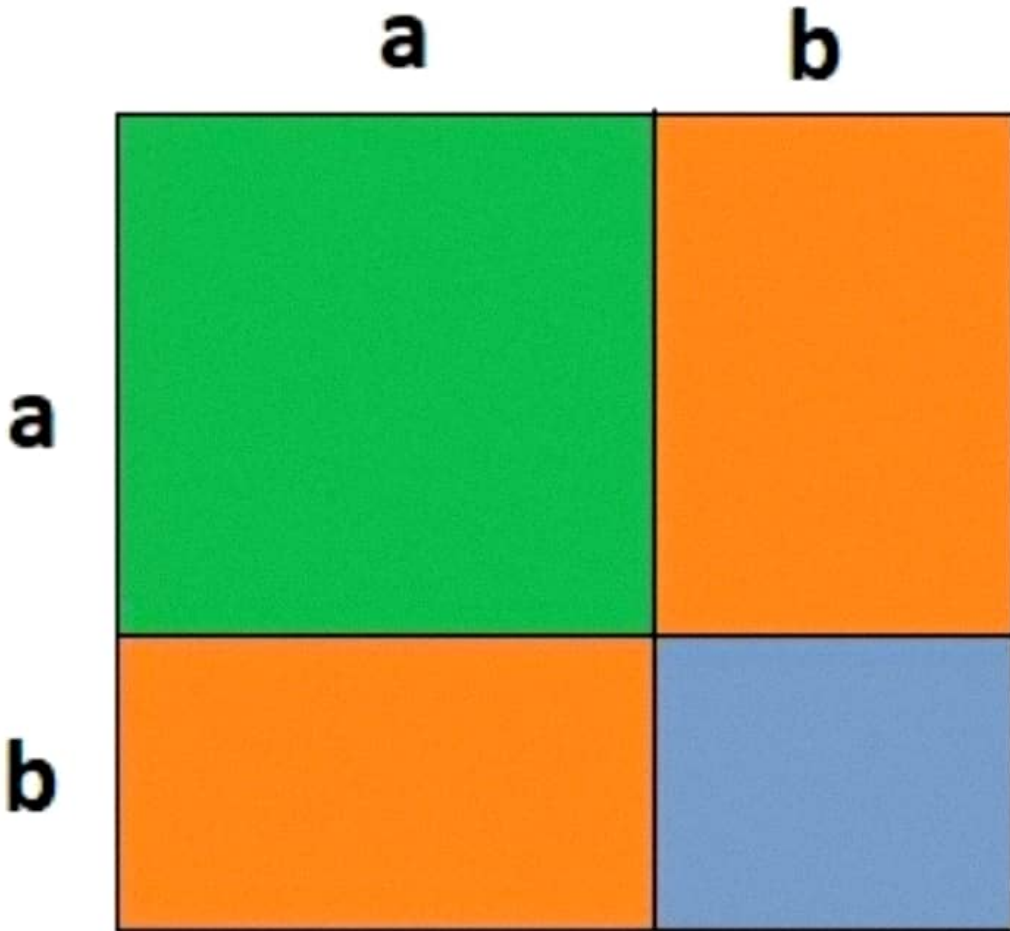
$$\text{বা, } (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2) \text{ [প্রমাণিত]}$$



$$5. (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

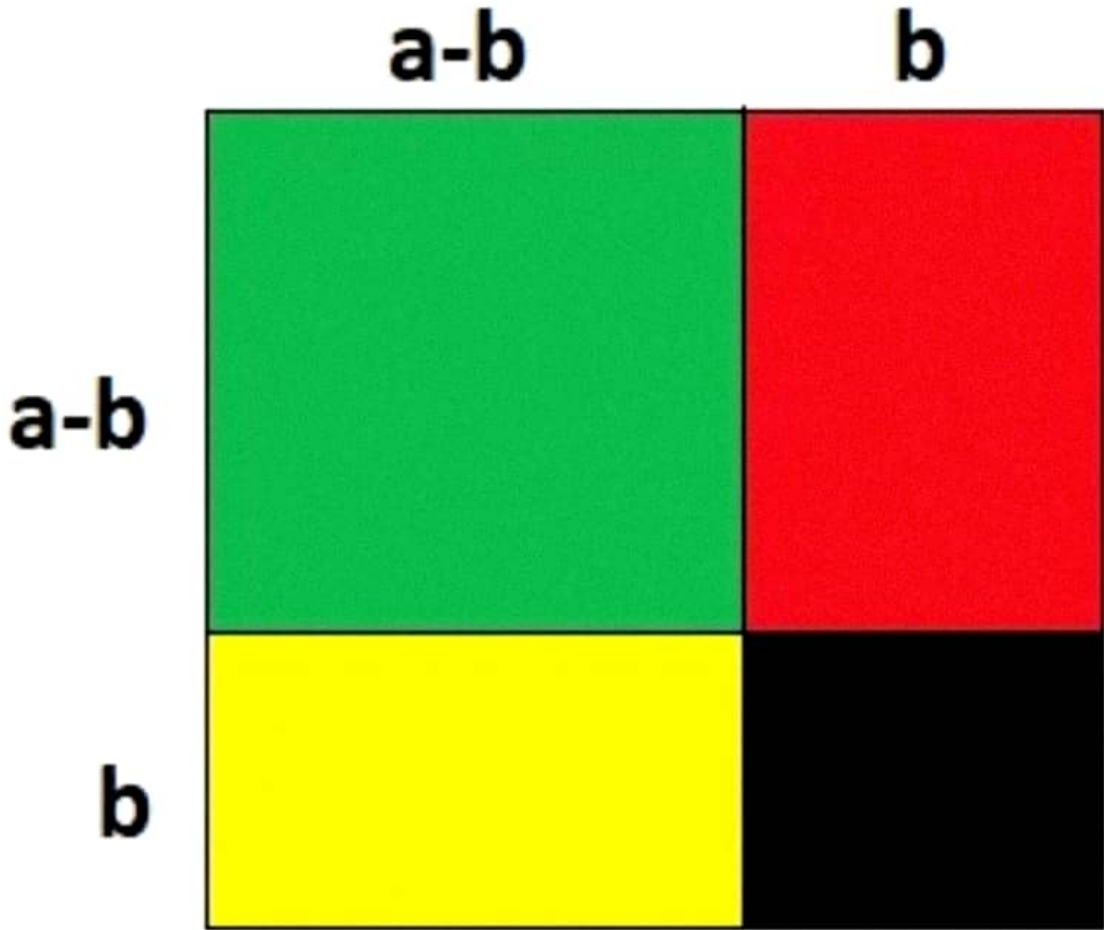
সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (i)



আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল -
[লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল +
কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b \cdot b]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \dots\dots(ii)$$

এখন,

(i) - (ii) করে পাই,

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab)$$

$$\text{বা, } (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab$$

$$\text{বা, } (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \text{ [প্রমাণিত]}$$

